

**OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ:
DÖVİZ KURLARI ÜZERİNE UYGULAMA**

Hüseyin SONGÜL

Uzmanlık Yeterlilik Tezi

Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası
Araştırma ve Para Politikası Genel Müdürlüğü
Ankara, Ocak 2010

**OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ:
DÖVİZ KURLARI ÜZERİNE UYGULAMA**

Hüseyin SONGÜL

Danışman
Prof. Dr. Nadir ÖCAL

Uzmanlık Yeterlilik Tezi

Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası
Araştırma ve Para Politikası Genel Müdürlüğü
Ankara, Ocak 2010

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın hazırlanmasında akademik bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşan ve tezimin son halini almasında büyük katkıları olan tez danışmanım Prof. Dr. Nadir Öcal'a teşekkür ederim. Ayrıca çalışmam sırasında bana her aşamada destek olan eşim Fatma başta olmak üzere aileme ve bilgi birikimlerinden ve önerilerinden faydalandığım yöneticilerim ve çalışma arkadaşlarıma teşekkür etmeyi borç bilirim.

Hüseyin Songül

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	i
İÇİNDEKİLER.....	ii
TABLO LİSTESİ.....	iv
GRAFİK LİSTESİ.....	v
KISALTMA LİSTESİ.....	vi
EK LİSTESİ.....	viii
ÖZET.....	ix
ABSTRACT.....	x
GİRİŞ.....	1

BİRİNCİ BÖLÜM

TEK DEĞİŞKENLİ OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ.....	4
1.1. Oto regresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) Modeli.....	4
1.1.1. ARCH(p) Modeli.....	10
1.1.2. ARCH Modelinin Zayıflıkları.....	12
1.1.3. ARCH Modelinin Tahmini.....	12
1.2. Genelleştirilmiş Oto regresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH) Modeli.....	14
1.3. ARCH/GARCH Modellerinin Uyarlamaları.....	17
1.3.1. ARCH-M Modeli.....	17
1.3.2. IGARCH Modeli.....	17
1.3.3. EGARCH Modeli.....	18
1.3.4. TARARCH Modeli.....	18
1.3.5. PARARCH Modeli.....	19

İKİNCİ BÖLÜM

ÇOK DEĞİŞKENLİ GENELLEŞTİRİLMİŞ OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ.....	20
2.1. VEC-GARCH Modeli.....	22

2.2. BEKK-GARCH Modeli.....	24
2.3. Matris Üssel GARCH Modeli.....	25
2.4. Faktör GARCH Modelleri.....	25
2.5. Koşullu Korelasyon GARCH Modelleri.....	27

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

DÖVİZ KURLARI ÜZERİNE UYGULAMA.....	30
3.1. Veri ve İstatiksel Yapı.....	31
3.1.1. Veri.....	32
3.1.2. Döviz Kuru Getiri Serilerinin Durağanlığı.....	33
3.1.3. Döviz Kuru Getiri Serilerinin Betimleyici İstatistikleri.....	35
3.2. Döviz Kuru Getiri Serilerinin Otoregresif Yapısının Belirlenmesi.....	35
3.3. Döviz Kuru Getiri Serilerinin Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Süreçleriyle Modellenmesi.....	37

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER.....	45
KAYNAKÇA.....	47
EKLER.....	50

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 3.1. Döviz Kuru Getiri Serilerinin Durağanlık Testi.....	34
Tablo 3.2. Döviz Kuru Getiri Serilerinin Betimleyici İstatistikleri.....	35
Tablo 3.3. Döviz Kuru Getiri Serilerinin EKK Tahmin Sonuçları.....	36
Tablo 3.4. Döviz Kuru Getiri Serilerine İlişkin Değişen Varyans Testleri.....	37
Tablo 3.5. ABD Dolar Kuruna İlişkin AR(2)-GARCH(1,1) Modeli Tahmin Sonuçları.....	38
Tablo 3.6. Euro Kuruna İlişkin AR(2)-GARCH(1,1) Modeli Tahmin Sonuçları.....	39
Tablo 3.7. ABD Dolar Kuruna İlişkin AR(2)-EGARCH(1,1,1) Modeli Tahmin Sonuçları.....	40
Tablo 3.8. Euro Kuruna İlişkin AR(2)-TARCH(1,1,1) Modeli Tahmin Sonuçları.....	41
Tablo 3.9. Hata Terimlerine İlişkin Otokorelasyon ve Değişen Varyans Testleri.....	41

GRAFİK LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Grafik 3.1. Döviz Kuru Serileri.....	32
Grafik 3.2. Döviz Kuru Getiri Serileri.....	33
Grafik 3.3. AR(2)-EGARCH(1,1,1) Modelinden Elde Edilen Günlük ABD Doları Kuru Volatilitesi.....	42
Grafik 3.4. AR(2)-TARCH(1,1,1) Modelinden Elde Edilen Günlük Euro Kuru Volatilitesi.....	43

KISALTMA LİSTESİ

ABD	: Amerika Birleşik Devletleri
ADF	: Çoğaltılmış Dickey-Fuller (Augmented Dickey-Fuller)
AR	: Autoregressive (Oto regresif)
ARCH	: Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (Oto regresif Koşullu Değişen Varyans)
ARCH-M	: ARCH in Mean (Ortalamada ARCH)
ARMA	: Autoregressive Moving Average (Oto regresif Hareketli Ortalama)
AUD	: Avustralya Doları
BEKK-GARCH	: BEKK Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (BEKK Genelleştirilmiş Oto regresif Koşullu Değişen Varyans)
CAD	: Kanada Doları
CCC-GARCH	: Constant Conditional Correlation GARCH (Sabit Koşullu Korelasyon GARCH)
CHF	: İsviçre Frankı
DBEKK-GARCH	: Diagonal BEKK-GARCH (Köşegen BEKK-GARCH)
DCC-GARCH	: Dynamic Conditional Corelation GARCH (Dinamik Koşullu Korelasyon GARCH)
DVEC-GARCH	: Diagonal VEC-GARCH (Köşegen VEC-GARCH)
ECCC-GARCH	: Extended Constant Conditional Correlation GARCH (Genişletilmiş Sabit Koşullu Korelasyon GARCH)
EGARCH	: Exponential GARCH (Üssel GARCH)
EGARCH-M	: Exponential GARCH in Mean (Ortalamada Üssel GARCH)
EKK	: En Küçük Kareler
EUR	: Euro
EVDS	: Elektronik Veri Dağıtım Sistemi

F-GARCH	: Factor GARCH (Faktör GARCH)
FF-GARCH	: Full Factor GARCH (Tam Faktör GARCH)
GARCH	: Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans)
GARCH-M	: GARCH in Mean (Ortalamada GARCH)
GBP	: İngiliz Sterlini
GO-GARCH	: Generalized Orthogonal GARCH (Genelleştirilmiş Ortogonal GARCH)
GOF-GARCH	: Generalized Orthogonal Factor GARCH (Genelleştirilmiş Ortogonal Faktör GARCH)
IGARCH	: Integrated GARCH (Bütünleşik GARCH)
JPY	: Japon Yeni
ME-GARCH	: Matrix Exponential GARCH (Matris Üssel GARCH)
PARCH	: Power ARCH (Üslü ARCH)
PARCH-M	: Power ARCH in Mean (Ortalamada Üslü ARCH)
TARCH	: Threshold ARCH (Eşik ARCH)
TARCH-M	: Threshold ARCH in Mean (Ortalamada Eşik ARCH)
TCMB	: Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası
TRY	: Türk Lirası
USD	: United States Dollar (ABD Doları)
VEC-GARCH	: VEC Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (VEC Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans)
VC-GARCH	: Varying Correlation GARCH (Değişen Korelasyon GARCH)

EK LİSTESİ

Sayfa No

Ek 1. Döviz Kuru Getiri Serilerine İlişkin Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modelleri Tahmin Sonuçları.....	51
Tablo 1A. Avustralya Dolarına İlişkin AR(2)-TARCH(2,2,2) Modeli Tahmin Sonuçları.....	51
Tablo 2A. Kanada Dolarına İlişkin AR(2)-TARCH(1,1,2) Modeli Tahmin Sonuçları.....	51
Tablo 3A. İsviçre Frankına İlişkin AR(2)-TARCH(2,2,2) Modeli Tahmin Sonuçları.....	52
Tablo 4A. İngiliz Sterlinine İlişkin AR(2)-EGARCH(2,2,2) Modeli Tahmin Sonuçları.....	52
Tablo 5A. Japon Yenine İlişkin AR(2)-PARCH(2,2,2) Modeli Tahmin Sonuçları.....	53
Ek 2. Günlük Döviz Kuru Volatiliteleri.....	54
Grafik 1B. AR(2)-TARCH(2,2,2) Modelinden Elde Edilen Günlük Avustralya Doları Kuru Volatilitesi.....	54
Grafik 2B. AR(2)-TARCH(1,1,2) Modelinden Elde Edilen Günlük Kanada Doları Kuru Volatilitesi.....	54
Grafik 3B. AR(2)-TARCH(2,2,2) Modelinden Elde Edilen Günlük İsviçre Frankı Kuru Volatilitesi.....	55
Grafik 4B. AR(2)-EGARCH(2,2,2) Modelinden Elde Edilen Günlük İngiliz Sterlini Kuru Volatilitesi.....	55
Grafik 5B. AR(2)-PARCH(2,2,2) Modelinden Elde Edilen Günlük Japon Yeni Kuru Volatilitesi.....	56

ÖZET

Finansal zaman serilerinde otokorelasyon sorununun yanısıra değişen varyans sorunu da sık karşılaşılan bir durum olarak göze çarpmaktadır. Bu bağlamda, finansal zaman serilerinde görülen değişen varyanslılık olgusunu temel alan otoregresif koşullu değişen varyans modelleri geliştirilmiştir. Çalışmanın ilk iki bölümünde sırasıyla tek değişkenli ve çok değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans modelleri tanıtılmaktadır. Üçüncü bölümde tek değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans modelleri çeşitli döviz kuru getiri serilerine uygulanarak ulaşılan sonuçlar analiz edilmektedir. Dördüncü ve son bölüm ise sonuç ve önerileri içermektedir.

Tek değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans modelleri belirli bir finansal varlık getirisi oynaklığının otonom olarak açıklanmasına katkıda bulunurken, çok değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans modelleri çeşitli finansal piyasalar ve varlıklar arasındaki zaman bağımlılığını hesaba katarak, çözümlmeyi bir adım ileriye taşımışlardır.

Döviz kuru getiri serilerine ilişkin uygulama sonuçları, söz konusu getiri serilerinin otoregresif koşullu değişen varyans sınıfı modellemeye uygun olduklarını göstermiştir. Bu çerçevede, ABD doları ve Euro getirilerinin en başarılı şekilde sırasıyla AR(2)-EGARCH(1,1,1) ve AR(2)-TARCH(1,1,1) süreçleriyle modellendikleri belirlenmiştir. İncelenen döviz kurları getirileri ile varyansları arasında anlamlı bir ilişki bulunamadığından, döviz piyasasındaki dinamiklerin riskten bağımsız olarak işlediği sonucuna varılmıştır. Diğer yandan, ABD doları ve Euro döviz kuru getiri serilerinin oynaklık yapılarının literatürdeki birçok çalışmanın gösterdiği gibi önemli derecede asimetric olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Tek Değişkenli ARCH/GARCH, Çok Değişkenli ARCH/GARCH, Döviz Kuru Oynaklığı

ABSTRACT

Not only the autocorrelation problem but also the heteroskedasticity problem is prevalent in financial time series. In this context, autoregressive conditional heteroskedasticity models are developed which are based on the heteroskedasticity phenomenon in financial time series. Univariate and multivariate autoregressive conditional heteroskedasticity models are introduced in the first two chapters of this paper. In the third chapter, univariate autoregressive conditional heteroskedasticity models are applied to various foreign exchange rate series and results are analyzed. Fourth and the last part includes the conclusion and suggestions.

While univariate autoregressive conditional heteroskedasticity models make contribution to explain a certain financial asset return volatility as autonomously, multivariate autoregressive conditional heteroskedasticity models have gone a step further by considering the time dependency between various financial markets and assets.

Application results regarding foreign currency return series, indicated that mentioned return series are appropriate to autoregressive conditional heteroskedasticity class modelling. In this regard, it is determined that US Dollar and Euro returns are most successfully modelled by AR(2)-EGARCH(1,1,1) and AR(2)-TARCH(1,1,1) respectively. Due to there is not any relation between analyzed foreign currency returns and variances, it is decided that dynamics in foreign currency market operates independently from risk. On the other hand, it is seen that volatility structures of USD and Euro foreign currency return series are mostly asymmetric as many other studies indicate in the literature.

Keywords: Univariate ARCH/GARCH, Multivariate ARCH/GARCH, Foreign ExchangeVolatility

GİRİŞ

Otoregresif koşullu değişen varyans (ARCH) modellerinin tarihi görece olarak kısa olmasına karşın, ilgili literatür bu kısa tarih içinde gözalıcı bir hızda gelişmiştir. Engle'in orijinal ARCH modeli ve bu modelin çeşitli uyarlamaları birçok ülkenin ekonomik ve finansal zaman serilerine uygulanmıştır.

ARCH modellerinin bulunmasından önce de değişen varyans sorununun farkında olunmasına karşın, belirli bir modele dayanmayan süreçler kullanılarak sorunun üstesinden gelinmeye çalışılmıştır. Mandelbrot (1963) varyansın zaman içinde tekrarlanan tahminlerini, Klien (1977) ise on dönemlik hareketli örnek ortalamasının beş dönemlik hareketli varyanslarını kullanarak değişen varyans sorunuyla baş etmek istemiştir.

Finansal zaman serileri birtakım genel özellikler taşımaktadır. Finansal varlık fiyatlarının genel olarak durağan olmadığı, varlık getirilerinin ise durağan olduğu ve otokorelasyon özelliği göstermediği görülmüştür. Finansal varlık getirileri leptokurtik olma eğilimindedir. Söz konusu getiri dağılımları normal dağılıma göre daha basıktır ve daha geniş kuyruklara sahiptir. Bu durum finansal zaman serilerinin büyük değişimler göstermesi olasılığının normal dağılıma göre daha yüksek olmasına işaret etmektedir. Finansal varlık getirilerinde sıklıkla görülen bir diğer olgu da oynaklık kümelenmesidir. Getiri serilerinde büyük değişimlerin büyük değişimleri, küçük değişimlerin ise küçük değişimleri takip ettiği görülmektedir. Esas itibarıyla, kalın kuyruk ve oynaklık kümelenmesi olguları birbirleriyle ilişkilidir. Son olarak, finansal piyasalarda piyasa katılımcıları iyi ve kötü haberler karşısında farklı hareket etmektedirler. Kötü haberler iyi haberlere göre daha fazla oynaklık yaratmaktadır. Dolayısıyla, finansal varlık fiyatlarındaki değişimin yönü oynaklık üzerinde asimetrik bir etki yapmaktadır.

Engle (1982) tarafından öne sürülen ARCH modeli finansal varlık getirilerindeki ampirik bulguları hesaba katan ilk şekilsel model olarak tarihteki yerini almıştır. ARCH modeli sadece finansal varlık getirilerindeki ampirik bulguların bir kısmını hesaba kattığı için değil, aynı zamanda farklı ve çok sayıda alanda kendisine uygulama alanı bulduğu için de değer taşımaktadır. Örneğin, varlık fiyatlaması alanında kullanıldığı gibi, faiz oranlarının vade yapısını ölçmede, opsiyonları fiyatlandırmada ve risk primini modellemede de kullanılmıştır. Makroekonomi alanında, ARCH modeli, gelişmekte olan ülkelerin borç portföylerini oluşturmada, enflasyonist belirsizliğin ölçülmesinde, döviz kuru belirsizliği ile ticaret arasındaki ilişkinin incelenmesinde, merkez bankası müdahalelerinin etkilerinin araştırılmasında ve makroekonomi ile hisse senedi piyasası arasındaki ilişkinin tanımlanmasında başarılı bir şekilde uygulanmıştır.

Bollerslev (1986), koşullu varyansı ARCH modelinden farklı olarak otoregresif hareketli ortalama (ARMA) süreci olarak modelleyerek Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH) modelini ortaya koymuştur. GARCH modeli parametre tutumluluğu açısından ARCH modeline tercih edilmektedir. Engle ve diğerleri (1987) koşullu varyansı, ortalama denklemine açıklayıcı bir değişken olarak dahil ederek Ortalamada Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH-M) modelini geliştirmişlerdir. ARCH-M modeli finans teorisinde önemli bir yer tutan belirsizlik ile getiri arasındaki ilişkiyi sınamak açısından önem taşımaktadır.

Nelson (1991) finansal piyasalarda gözlemlenen asimetrik oynaklık yapısını açıklamak üzere Üssel GARCH (EGARCH) modelini geliştirmiştir. Bu modelde, koşullu varyans maruz kalınan şokun sadece büyüklüğüne değil, aynı zamanda işaretine bağlı olarak değişebilmektedir. Asimetrik oynaklık yapısını dikkate alan bir başka önemli model Zakoian (1994) tarafından öne sürülen Eşik ARCH (TARCH) modelidir.

Tek değişkenli ARCH/GARCH yaklaşımı çeşitli piyasalar ve varlıklar arasındaki koşullu varyans ve kovaryanslar arasındaki zaman bağımlılığını dikkate almadığından eleştirilmektedir. Söz konusu zaman bağımlılığını açıklamak üzere, Bollerslev ve diğerleri (1988) tek değişkenli ARCH/GARCH

modellerini Vec parametrizasyonu adı altında çok değişkenli modellere genişletmişlerdir. VEC-GARCH modeli, çok fazla sayıda parametre tahmini gerektirdiğinden ve kovaryans matrisinin pozitif tanımlılığı her zaman sağlanamadığından uygulanabilirlik açısından sorunlar taşımaktadır.

VEC-GARCH modeli, yapısı itibarıyla kovaryans matrisinin pozitif tanımlılığının sağlandığı bir modele dönüştürülebilmektedir. Bu dönüştürülmüş model, Engle ve Kroner (1995)'de tanımlandığı şekliyle BEKK-GARCH modeli olarak bilinmektedir.

Engle ve diğerleri (1990), koşullu korelasyon matrisinin temel faktörler tarafından üretildiği Faktör GARCH (F-GARCH) modelini ortaya koymuştur. Bollerslev (1990), koşullu korelasyonların sabit olduğu durumlarda, tahmin edilecek parametre sayısının oldukça azaldığı ve tahmin sürecinin oldukça sadeleştiği Sabit Koşullu Korelasyon GARCH (CCC-GARCH) modelini önermiştir.

Bu çalışmanın birinci bölümünde tek değişkenli koşullu değişen varyans modelleri, ikinci bölümünde ise çok değişkenli koşullu değişen varyans modelleri literatürü üzerinde durulacaktır. Üçüncü bölümde, çeşitli döviz kuru getiri serilerinin oynaklık yapısının ARCH tipi modellemeye uygunluğu araştırılacak ve söz konusu getiri serileri tek değişkenli koşullu değişen varyans süreçleriyle modellenecektir. Dördüncü ve son bölümde ise elde edilen sonuçlar özetlenecektir.

BİRİNCİ BÖLÜM

TEK DEĞİŞKENLİ OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ

Belirsizlik ve risk kavramları modern ekonomi teorisinin merkezinde yer almaktadır. Değişen varyans sorunu genel olarak yatay-kesit verilerinde ortaya çıkan bir sorun olarak bilinmekle birlikte, döviz kuru, faiz oranı ve hisse senedi fiyatı gibi finansal zaman serilerinin tahmin edilmesini amaçlayan ekonometrik modellerde de hata varyansının zaman içinde değişebildiği gözlemlenmiştir. Bununla birlikte, geleneksel zaman serisi modellerinde hata varyansının zaman içinde değişmediği varsayılmaktadır.

Geleneksel bir zaman serisi modelinde değişen varyans sorunu olması durumunda, En Küçük Kareler (EKK) tahmin edicisi sapmasızlık ve tutarlılık özelliklerini korumaktadır. Buna karşın, değişen varyans sorunu içeren bir modelde etkinlik özelliği yitirilmekte ve bunun sonucu olarak da parametre tahminleri istatistiki açıdan anlamsız hale gelebilmektedir. Söz konusu sorunu ortadan kaldırmaya yönelik olarak, varyans ve kovaryansın zaman içinde değişmesine izin veren modeller önerilmiştir. Engle (1982) hata teriminin varyansını önceki dönem hata terimlerinin kareleri ile ilişkilendiren Oto regresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) modelini öne sürmüştür.

1.1. Oto regresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) Modeli

Engle (1982), literatürdeki yaygın varsayımın aksine zaman serisi modellerindeki hata terimlerinin varyansının sabit olmadığını bazı makroekonomik verileri analiz ederek kanıtlamıştır. Engle, enflasyon modellerinde büyük ve küçük tahmin hatalarının kümeler halinde ortaya çıktığını ve bunun sonucu olarak da tahmin hatalarının varyansının önceki dönem hata terimlerinin büyüklüğüne bağlı olduğunu tespit etmiştir. Engle, zaman serisi verilerinde karşılaşılan ve özellikle öngörülerde kendisini

gösteren otokorelasyonun ARCH olarak isimlendirilen bir teknikle modellenmesi gerektiğine işaret etmiştir.

ARCH modeli geleneksel zaman serisi modellerindeki sabit varyans varsayımını terkederek, hata terimi varyansının önceki dönem hata terimlerinin karelerinin bir fonksiyonu olarak değişmesine imkan tanımaktadır. Zaman serilerinde gözlemlenen oynaklığı modellemenin yollarından biri olarak, oynaklıkla ilişkili bir bağımsız değişken tanımlamak ve bu değişken aracılığıyla oynaklığı tahmin etmek ön plana çıkmaktadır. Oynaklığın bağımsız bir değişken tanımlamak yoluyla modellendiği durumu yansıtan basit bir örnek olarak,

$$y_{t+1} = \varepsilon_{t+1}x_t \quad (1.1)$$

denklemini ele alınmıştır. Bu denklemde, ε_{t+1} varyansı σ^2 olan saf hata terimi iken, x_t bağımsız bir değişken olarak tanımlanmıştır. Eğer, x zamandan bağımsız olarak sabit bir değer alırsa, $\{y_t\}$ serisi sabit varyansa sahip bir beyaz gürültü süreci olmaktadır. Bununla birlikte, y_{t+1} 'in koşullu varyansı,

$$Var\langle y_{t+1} | x_t \rangle = x_t^2 \sigma^2 \quad (1.2)$$

x_t 'nin gerçekleşen değerinden bağımsız değildir. Bu durumda, x_t ne kadar büyükse y_{t+1} 'in koşullu varyansı o kadar büyük olacaktır. Ek olarak, $\{x_t\}$ serisinin ardışık değerleri pozitif içsel bağıntılı iseler, $\{y_t\}$ serisi de pozitif içsel bağıntılı olacaktır. Bu şekilde, $\{x_t\}$ serisi $\{y_t\}$ serisindeki oynaklığın açıklanmasına yardımcı olacaktır. Ancak, bu yaklaşımın eleştiri alan bir sakıncası değişen varyans için spesifik bir sebep varsaymış olmasıdır. Makul görünen birçok aday arasından birini tercih edip, ilgili değişkendeki oynaklığı sadece tercih edilen bağımsız değişkenle ilişkilendirmek her zaman mümkün olmamaktadır.

Engle (1982) bu sakıncayı gidermek üzere, herhangi bir serinin ortalamasını ve varyansını eşanlı olarak modellemenin olanaklı olduğunu göstermiştir. ARCH modeline ulaşmak için,

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.3)$$

şeklindeki durağan bir otoregresif model tahmin edilmektedir. Bu durumda, y_{t+1} 'in koşullu tahmini,

$$E_t(y_{t+1}) = \alpha_0 + \alpha_1 y_t \quad (1.4)$$

olmaktadır. Eğer bu koşullu ortalamayı y_{t+1} 'i tahmin etmek için kullanırsak, tahmin hatası varyansı,

$$E_t[(y_{t+1} - \alpha_0 - \alpha_1 y_t)^2] = E_t(\varepsilon_{t+1}^2) = \sigma^2 \quad (1.5)$$

olarak ifade edilmektedir.

Diğer yandan y_{t+1} 'in koşulsuz tahmini ve varyansı ise sırasıyla,

$$E(y_{t+1}) = \alpha_0 / (1 - \alpha_1) \quad (1.6)$$

$$E\{[y_{t+1} - \alpha_0 / (1 - \alpha_1)]^2\} = E[(\varepsilon_{t+1} \alpha_1 \varepsilon_t + \alpha_1^2 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots)^2] = \sigma^2 / (1 - \alpha_1^2) \quad (1.7)$$

şeklinde gösterilmektedir.

Görüldüğü üzere, koşulsuz tahmin koşullu tahmine göre daha büyük bir varyansa sahiptir. Dolayısıyla, bu dönem ve bilinen geçmiş dönem gerçekleştirmelerini hesaba kattığı için koşullu tahmin daha küçük varyansa sahip olmakta ve bu bağlamda tercih edilir hale gelmektedir.

Benzer şekilde, $\{\varepsilon_t\}$ serisinin varyansı sabit değilse, varyanstaki belirli bir yöndeki sürekli hareketliliği tahmin etmek için ARMA modeli kullanılabilir. Bu duruma örnek olarak, $\{\hat{\varepsilon}_t\}$ 'nin,

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.8)$$

modelinin artık serisi olduğunu varsayılırsa, y_{t+1} 'in koşullu varyansı,

$$Var\langle y_{t+1} | y_t \rangle = E_t[(y_{t+1} - \alpha_0 - \alpha_1 y_t)^2] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 \quad (1.9)$$

olmaktadır.

Bu noktada, denklem (1.9)'daki koşullu varyansın sabit olmayıp zaman içinde değiştiği bir yapı kurmak gerekmektedir. Koşullu varyansı tahmin edimiş artık karelerini kullanarak bir AR(p) süreci olarak modellemek, bu amaca yönelik olarak kullanılabilir basit bir strateji olarak değerlendirilmektedir. Tahmin edilmiş artıkların karesi, v_t bir beyaz gürültü süreci olmak üzere,

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \hat{\varepsilon}_{t-p}^2 + v_t \quad (1.10)$$

şeklinde bir AR(p) süreci olarak ifade edilmektedir. Modeldeki sabit değer dışındaki parametreler sıfır olsaydı, tahmin edilen varyans α_0 sabit değerine eşit olurdu. Diğer durumlarda ise, y_t 'nin koşullu varyansı denklem (1.10)'daki otoregresif süreç çerçevesinde belirlenecektir. Bu çerçevede, bir dönem sonraki koşullu varyans,

$$E_t \hat{\varepsilon}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_t^2 + \alpha_2 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \hat{\varepsilon}_{t+1-p}^2 \quad (1.11)$$

otoregresif süreci kullanılarak tahmin edilmektedir. Bu sebeple, denklem (1.10), ARCH(p) modeli olarak adlandırılmaktadır.

Esas itibarıyla, denklem (1.10)'daki doğrusal tanımlama yerine v_t 'yi çarpımsal bir hata terimi olarak tanımlamak daha kolay incelenebilir bir yapı ortaya çıkarmaktadır. Engle (1982) çarpımsal koşullu değişen varyans tipindeki modellere örnek olarak,

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2} \quad (1.12)$$

şeklindeki basit modeli önermiştir. Burada, v_t varyansı bire eşit olan bir beyaz gürültü süreci olarak tanımlanmakta olup, v_t ve ε_{t-1} birbirlerinden bağımsızdır. Ayrıca, $\alpha_0 > 0$ ve $0 < \alpha_1 < 1$ kısıtlamaları altında α_0 ve α_1 sabit değerler almaktadırlar.

$\{\varepsilon_t\}$ serisinin özellikleri incelendiğinde, v_t saf bir hata terimi ve ε_{t-1} 'den bağımsız olduğu için, $\{\varepsilon_t\}$ serisindeki elemanların herbirinin sıfır ortalamaya sahip ve içsel bağıntısız olduklarını göstermek zor olmamaktadır.

$E v_t = 0$ olduğu için, ε_t 'nin koşulsuz beklentisi,

$$E \varepsilon_t = E \left[v_t (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)^{1/2} \right] = E v_t E (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)^{1/2} = 0 \quad (1.13)$$

olmaktadır. Benzer şekilde ε_t 'nin koşulsuz varyansı,

$$E \varepsilon_t^2 = E \left[v_t^2 (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2) \right] = E v_t^2 E (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2) \quad (1.14)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Burada, v_t 'nin varyansı bire eşit ve ε_t 'nin koşulsuz varyansı ile ε_{t-1} 'in koşulsuz varyansı aynı olduğu için, koşulsuz varyans,

$$E \varepsilon_t^2 = \alpha_0 / (1 - \alpha_1) \quad (1.15)$$

olarak hesaplanmaktadır. Dolayısıyla, koşulsuz ortalama ve varyans hata sürecinden etkilenmemekte ve sabit değerler almaktadırlar.

ε_t 'nin koşullu beklentisi, v_t ve ε_{t-1} birbirlerinden bağımsız ve v_t 'nin beklenen değeri sıfır olduğu için, koşullu beklenti gibi sıfır değerini almaktadır.

$$E \langle \varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots \rangle = E v_t E (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)^{1/2} = 0 \quad (1.16)$$

Bununla birlikte, ε_t 'nin koşullu varyansı sabit bir değer olmaktan çıkıp, kendisinin bir dönem önce gerçekleşmiş olan değerine bağlı hale gelmektedir. v_t 'nin varyansı bire eşit olduğu için, ε_t 'nin koşullu varyansı

$$E \langle \varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots \rangle = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (1.17)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Denklem (1.16)'daki koşullu varyans birinci sıradan bir otoregresif süreç takip etmektedir. Koşullu varyansın negatif değerler almasını engellemek için α_0 ve α_1 katsayılarını kısıtlamak gerekmektedir. Bu doğrultuda, α_0 ve α_1 katsayıları pozitif olmak zorundadır. Ayrıca, otoregresif sürecin durağanlığını sağlayabilmek için α_1 katsayısını $0 < \alpha_1 < 1$ eşitsizliğini sağlayacak şekilde sınırlandırmak gerekmektedir.

Sonuç olarak, ARCH modelinde koşullu ve koşulsuz ortalamasının sifıra eşit olduğu bir hata yapısı söz konusudur. Ayrıca, $\{\varepsilon_t\}$ serisi içsel bağıntılı olmamasına karşın hata terimleri ikinci momentleri aracılığıyla ilişkili oldukları için birbirlerinden bağımsız değildirler. Koşullu varyansın kendisi koşullu heteroskedastik hatalardan meydana gelen otoregresif bir süreçtir. Bir dönem önce gerçekleşen hata terimi mutlak değer olarak sifırdan ne kadar büyükse, ε_t 'nin koşullu varyansı da o kadar büyük olmaktadır.

Gelinen bu noktada, denklem (1.12)'deki hata yapısının $\{y_t\}$ serisini nasıl etkilediği üzerinde durulacaktır.

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.18)$$

$\{y_t\}$ serisinin koşullu ortalaması ve varyansı sırasıyla,

$$E_{t-1} y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} \quad (1.19)$$

$$Var\langle y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots \rangle = E_{t-1} (y_t - a_0 - a_1 y_{t-1})^2 \quad (1.20)$$

$$= E_{t-1} (\varepsilon_t)^2$$

$$= \alpha_0 + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1})^2$$

olarak ifade edilmektedir. α_1 ve ε_{t-1}^2 değerleri negatif olamayacağı için y_t 'nin koşullu varyansı α_0 'dan küçük olamaz. ε_{t-1} 'in sıfır olmayan değerleri için y_t 'nin koşullu varyansı α_1 katsayısı ile pozitif ilişki içindedir.

Denklem (1.17) çözümlenip beklenen değeri alındığında,

$$y_t = a_0 / (1 - a_1) + \sum_{i=0}^{\infty} a_1^i \varepsilon_{t-i} \quad (1.21)$$

elde edilmektedir. Burada, bütün t değerleri için ε_t 'nin beklenen değeri sıfır olduğu için, y_t 'nin koşulsuz beklentisi,

$$E y_t = a_0 / (1 - a_1) \quad (1.22)$$

olmaktadır. Sıfır dışındaki bütün i değerleri için $E\varepsilon_t\varepsilon_{t-i}=0$ olduğundan, y_t 'nin koşulsuz varyansı

$$Var(y_t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_1^{2i} var(\varepsilon_{t-i}) \quad (1.23)$$

olarak elde edilmektedir. ε_t 'nin koşulsuz varyansının sabit olduğu hesaba katıldığında,

$$Var(y_t) = [\alpha_0 / (1 - \alpha_1)] [1 / (1 - \alpha_1^2)] \quad (1.24)$$

ifadesine ulaşılmaktadır. Açık olarak görülmektedir ki, $\{y_t\}$ serisinin varyansı α_1 ve a_1 parametrelerinin mutlak değeriyle artan bir ilişki içindedir. Dolayısıyla, ARCH hata süreci dönemler boyunca gözlenen oynaklığı tek-değişkenli yapı içinde modellemek için elverişli bir yöntem olarak ön plana çıkmaktadır.

1.1.1. ARCH(p) Modeli

Doğrusal ARCH(p) modelinde (Engle, 1982) koşullu varyans önceki dönem hata terimi karelerinin doğrusal bir fonksiyonu olarak,

$$R_t = X_t \delta + \varepsilon_t \quad (1.25)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (1.26)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Söz konusu modelde, (1.25) ortalama denklemini, (1.26) ise varyans denklemini göstermektedir. Doğal olarak, bu modelin tanımlı olabilmesi ve koşullu varyansın pozitif değer alabilmesi için modeldeki parametrelerin, $w > 0$ ve $\alpha_1 \geq 0, \dots, \alpha_p \geq 0$ koşullarını sağlaması gerekmektedir.

Denklem (1.26)'daki ARCH (p) modeli, $v_t \equiv \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$ tanımlaması altında,

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + v_t \quad (1.27)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Burada, $E_{t-1}(v_t)=0$ olduğu için, model esas olarak hata terimlerinin karelerini içeren bir AR(p) modeline denk düşmektedir. Bu durumda koşulsuz varyans,

$$Var(\varepsilon_t) = \sigma^2 = \omega / (1 - \alpha_1 - \dots - \alpha_p) \quad (1.28)$$

olacağından, otoregresif koşullu varyans süreci ancak pozitif otoregresif parametrelerin toplamının birden küçük olması durumunda kovaryans durağan olacaktır.

ARCH sürecinde hata terimlerinin içsel bağıntılı olmasalar dahi, zaman boyunca bağımsız olmadıkları açık olarak görülebilmektedir. Ampirik bulgulardan yola çıkarak, finansal varlık getirilerinin özellikleri hakkında yapılan genellemelerle uyumlu olarak, ARCH(p) modelinde hata teriminin koşullu varyansı önceki dönemlerdeki hata terimleri büyüklüklerinin mutlak değerinin artan bir fonksiyonudur. Dolayısıyla, işaretinden bağımsız olarak büyük hatalar büyük hataları takip ederken, küçük hatalar da küçük hataları izlemektedir.

Diğer yandan, ortalama denklemindeki standart hale getirilmiş hataların zamandan bağımsız olduğu varsayılırsa, ε_t 'nin koşulsuz dağılımı v_t 'nin dağılımına göre daha kalın kuyruklara sahip olmaktadır.

Örneğin, koşullu olarak normal dağılan hata terimleri içeren ARCH(1) modeli için, $3\alpha_1^2 < 1$ olduğunda, hata terimi dağılımının basıklığı,

$$E(\varepsilon_t^4) / E(\varepsilon_t^2)^2 = 3(1 - \alpha_1^2) / (1 - 3\alpha_1^2) \quad (1.29)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. $3\alpha_1^2 \geq 1$ olduğunda ise hata terimi dağılımının basıklığı,

$$E(\varepsilon_t^4) / E(\varepsilon_t^2)^2 = \infty \quad (1.30)$$

olacaktır ki her iki değer de normal dağılımın basıklığının aldığı değer olan üçten büyüktür.

1.1.2. ARCH Modelinin Zayıflıkları

ARCH modeli varlık getirilerinde görülen birtakım ampirik bulguları yakalamasına ve bu çerçevede oynaklığın tahmin edilmesi için parametrik bir yapı önermesine karşın, önemli birtakım zayıflıklara da sahip bulunmaktadır (Tsay, 1986). Söz konusu zayıflıklar aşağıdaki gibi sıralanmaktadır:

i. Önceki döneme ait şoklar modelde kareleri alınmak suretiyle yer aldığından, pozitif ve negatif şokların oynaklık üzerinde aynı etkiye yol açtığı varsayılmaktadır. Bununla birlikte, gerçek hayatta finansal varlık fiyatlarının negatif ve pozitif şoklara asimetrik karşılık verebildiği bilinmektedir.

ii. ARCH modelindeki katsayılar çok katı kısıtlara tabi bulunmaktadır.

iii. ARCH modeli finansal zaman serilerindeki değişimlerin kaynağının anlaşılmasına herhangi bir yeni katkı yapmamaktadır, sadece koşullu varyansın nasıl davrandığının belirlenmesi amacına yönelik olarak mekanik bir yol önermektedir.

iv. ARCH modelleri finansal getirilere gelen büyük şoklara yavaş tepki verdiği için, finansal zaman serilerinin oynaklığını olduğundan daha büyük öngörebilmektedir.

1.1.3. ARCH Modelinin Tahmini

Normal dağılım varsayımı altında herhangi bir ARCH(p) modelinin olabilirlik fonksiyonu, $\alpha = (\omega, \alpha_1, \dots, \alpha_p)'$ ve $f(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p | \alpha)$ ortak olasılık dağılım fonksiyonu olmak üzere,

$$f(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T | \alpha) = \prod_{t=p+1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right] \times f(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p | \alpha) \quad (1.31)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Örneklem yeteri kadar büyük olduğunda $f\langle \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p | \alpha \rangle$ olabilirlik fonksiyonundan çıkarılmakta ve koşullu olabilirlik fonksiyonu,

$$f\langle \varepsilon_{p+1}, \dots, \varepsilon_T | \alpha, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p \rangle = \prod_{t=p+1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right] \quad (1.32)$$

haline gelmektedir. Koşullu olabilirlik fonksiyonunun maksimize etmek amacıyla logaritmasını alındığında,

$$l\langle \varepsilon_{p+1}, \dots, \varepsilon_T | \alpha, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p \rangle = \sum_{t=p+1}^T -\frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2} \quad (1.33)$$

şeklindeki koşullu log-olabilirlik fonksiyonu elde edilmektedir. Bu fonksiyondaki ilk terim herhangi bir parametre içermediğinden, olabilirlik fonksiyonu,

$$l\langle \varepsilon_{p+1}, \dots, \varepsilon_T | \alpha, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p \rangle = - \sum_{t=p+1}^T \left[\frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) + \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2} \right] \quad (1.34)$$

haline gelmektedir.

Bazı uygulamalarda v_t 'nin normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahip olan t-dağılımı izlediğini varsaymak daha doğru sonuçlar vermektedir. x_φ 'nin φ serbestlik derecesine sahip bir t dağılımı olduğu varsayıldığında, $\varphi > 2$ için, $\text{Var}(x_\varphi) = \varphi / (\varphi - 2)$ olmaktadır.

$$v_t = \frac{x_\varphi}{\sqrt{\varphi / (\varphi - 2)}} \quad \text{şeklinde tanımlandığında, } v_t \text{'nin olasılık yoğunluk}$$

fonsiyonu, $\Gamma(x)$ Gamma fonksiyonu ve $\varphi > 2$ olmak üzere,

$$f\langle v_t | \varphi \rangle = \frac{\Gamma((\varphi + 1)/2)}{\Gamma(\varphi/2) \sqrt{(\varphi - 2)\pi}} \left(1 + \frac{v_t^2}{\varphi - 2} \right)^{-(\varphi + 1)/2} \quad (1.35)$$

haline gelmektedir. $\varepsilon_t = \sigma_t v_t$ olduğundan ε_t 'nin koşullu olabilirlik fonksiyonu, $A_p = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p)$ olmak üzere,

$$f(\varepsilon_{p+1}, \dots, \varepsilon_T | \alpha, A_p) = \prod_{t=p+1}^T \frac{\Gamma((\varphi+1)/2)}{\Gamma(\varphi/2) \sqrt{(\varphi-2)\pi} \sigma_t} \frac{1}{\left[1 + \frac{\varepsilon_t^2}{(\varphi-2)\sigma_t^2}\right]^{-(\varphi+1)/2}} \quad (1.36)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Eğer t dağılımının serbestlik derecesi önceden belirlenmişse, koşullu log-olabilirlik fonksiyonu,

$$\ell(\varepsilon_{p+1}, \dots, \varepsilon_T | \alpha, A_p) = - \sum_{t=p+1}^T \left[\frac{\varphi+1}{2} \ln \left(1 + \frac{\varepsilon_t^2}{(\varphi-2)\sigma_t^2} \right) + \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) \right] \quad (1.37)$$

haline gelmektedir.

1.2. Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH) Modeli

ARCH(p) modelinin ampirik uygulamalarında gecikmeler çok gerilere gidebildiğinden çok fazla sayıda parametre tahmin edilmesi gerekmektedir. Bu sakıncayı giderebilmek için, Bollerslev (1986) Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH) modelini ortaya atmıştır.

Bu çerçevede, GARCH(p,q) modeli,

$$R_t = X_t \delta + \varepsilon_t \quad (1.38)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t v_t \quad (1.39)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Bu tanımlamada, v_t ortalaması sıfır, varyansı bire eşit olan beyaz gürültü süreci olarak ifade edilmekte olup v_t ve ε_t 'nin gecikmeli değerleri birbirlerinden bağımsız kabul edilmektedir. Söz konusu modelde koşullu varyans,

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \equiv \omega + \alpha(L) \varepsilon_{t-1}^2 + \beta(L) \sigma_{t-1}^2 \quad (1.40)$$

şeklinde gösterilmektedir. GARCH(p,q) modelindeki koşullu varyansın tanımlı olabilmesi için $w>0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_i \geq 0$ ve $\sum_{i=1}^{\max(q,p)} (\alpha_i + \beta_i) < 1$ koşullarının sağlanması gerekmektedir. Son kısıtlama, ε_t 'nin koşulsuz varyansının sonlu olduğunu, koşullu varyansının ise zaman içinde değiştiğini ima etmektedir. GARCH modelinin özelliklerini anlamak için, $\eta_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$ olarak tanımlanıp, denklem (1.40) yeniden düzenlenirse,

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) \varepsilon_{t-i}^2 + \eta_t - \sum_{j=1}^q \beta_j \eta_{t-j} \quad (1.41)$$

şeklindeki gösterim elde edilmektedir ki söz konusu denklem ε_t^2 için bir ARMA yapısı ima etmektedir. ARMA modelinin koşulsuz ortalaması kullanılarak,

$$E(\varepsilon_t^2) = \frac{\omega}{1 - \sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i)} \quad (1.42)$$

elde edilmektedir.

GARCH modellerinin en basit hali olan GARCH(1,1) modeli üzerinde yoğunlaşmak yoluyla söz konusu modellerin zayıf ve güçlü olduğu yanları görülebilmektedir. GARCH(1,1) modelinde varyans denklemi, $0 \leq \alpha_1$, $\beta_1 \leq 1$ ve $(\alpha_1 + \beta_1) < 1$ kısıtlamaları altında,

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (1.43)$$

şeklinde gösterilmektedir.

İlk olarak, ε_{t-1}^2 ve σ_{t-1}^2 ne kadar büyük değerler alırsalar σ_t^2 de o kadar büyük olacaktır. Bu durum finansal zaman serilerinde gözlemlenen başlıca özelliklerden biri olan oynaklık kümelenmesi olgusuna işaret etmektedir.

İkinci olarak, $1 - 2\alpha_1^2 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 > 0$ ise,

$$\frac{E(\varepsilon_t^4)}{[E(\varepsilon_t^2)]^2} = \frac{3[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2]}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 - 2\alpha_1^2} > 3 \quad (1.44)$$

olmaktadır ki bu durum ARCH modellerinde olduğu gibi GARCH(1,1) modelinde de hata teriminin dağılımının normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahip olduğunu göstermektedir.

Üçüncü olarak, model oynaklığın zaman içinde değişimini gösteren basit bir parametrik fonksiyon sağlamaktadır. GARCH modeli parametre tutumluluğu açısından ARCH modeline tercih edilmektedir.

ARMA modeline benzer yöntemler kullanılarak GARCH modeli tahminlerine ulaşılabilmektedir. GARCH(1,1) modelinin bir dönem sonraki öngörüsü,

$$\sigma_h^2(1) = \omega + \alpha_1 \varepsilon_h^2 + \beta_1 \sigma_h^2 \quad (1.45)$$

olmaktadır. Modelin l dönem sonraki öngörüsü ise,

$$\sigma_h^2(l) = \frac{\omega[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^{l-1}]}{1 - \alpha_1 - \beta_1} + (\alpha_1 + \beta_1)^{l-1} \sigma_h^2(1) \quad (1.46)$$

olmaktadır. $(\alpha_1 + \beta_1) < 1$ koşulu altında,

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \sigma_h^2(l) = \frac{\omega}{1 - \alpha_1 - \beta_1} \quad (1.47)$$

olduğundan, GARCH(1,1) modelinin koşullu varyansı tahmin ufku sonsuz olduğunda koşulsuz varyansa yakınsamaktadır.

GARCH(p,q) modeli, varyans denklemine dışsal ya da önceden belirlenmiş değişkenlerin eklenmesi yoluyla,

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \kappa_t \pi \quad (1.48)$$

şeklinde de kurulabilmektedir.

1.3. ARCH/GARCH Modellerinin Uyarlamaları

Bu kısımda ARCH/GARCH modelleri uyarlamalarından sırasıyla ARCH-M, IGARCH, EGARCH, TARARCH ve PARARCH modelleri incelenecektir.

1.3.1. ARCH-M Modeli

Finans teorisi beklenen getiri ile varyans arasında açık bir pozitif ilişki olduğunu iddia etmektedir. Bu ilişkiyi dikkate alacak şekilde geliştirilen Ortalamada ARCH (ARCH-M) modelinde (Engle ve diğerleri, 1987) koşullu varyans ya da standart sapma ortalama denklemine açıklayıcı değişken olarak dahil edilmektedir. Bu model daha çok finansal varlık getirisinin ilgili varlığın beklenen riskiyle ilişkili olduğu finansal uygulamalarda kullanılmaktadır. Tahmin edilen beklenen risk katsayısı ϕ , risk-getiri ilişkisinin bir ölçütü olarak değerlendirilmektedir. ARCH-M modeli,

$$R_t = X_t \delta + \phi \sigma_t^2 + \varepsilon_t \quad (1.49)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (1.50)$$

şeklinde gösterilmektedir. Bu modelin iki farklı biçiminde ortalama denklemine sırasıyla koşullu standart sapma ve koşullu değişen varyansın logaritması açıklayıcı değişkenler olarak eklenmektedir.

$$R_t = X_t \delta + \phi \sigma_t + \varepsilon_t \quad (1.51)$$

$$R_t = X_t \delta + \phi \log(\sigma_t^2) + \varepsilon_t \quad (1.52)$$

1.3.2. IGARCH Modeli

GARCH(p,q) modeli (1.27) denkleminde olduğu gibi yeniden düzenlendiğinde,

$$\varepsilon_t^2 = \omega + [\alpha(L) + \beta(L)] \varepsilon_{t-1}^2 - \beta(L) v_{t-1} + v_t \quad (1.53)$$

şeklinde gösterilebilmektedir. Bu denklem esas olarak ε_t^2 için bir ARMA(max(p,q), p) modeli tanımlamaktadır. Bu modelin kovaryans durağan

olabilmesi, $\alpha(x)+\beta(x)=1$ polinomunun köklerinin birim çemberin dışında olmalarına bağlı bulunmaktadır. Yüksek frekanslı finansal verilerle yapılan birçok ampirik uygulamada $\alpha(1)+\beta(1)$ toplamı bire çok yakın çıkmaktadır. Bu durum Bütünleşik GARCH (IGARCH) olarak adlandırılan modelin Engle ve Bollerslev (1986) tarafından geliştirilmesine ampirik olarak dayanak teşkil etmiştir. IGARCH sınıfı modellerde $[\alpha(L)+\beta(L)]$ polinomu birim köke sahip olduğundan, koşullu varyansa gelen bir çok kalıcı olmakta ve gelecek dönem tahminlerinin yapılmasındaki önemini uzun bir süre boyunca korumaktadır.

1.3.3. EGARCH Modeli

GARCH modeli başarılı bir şekilde finansal varlık getirilerinde gözlemlenen ampirik bulgular olan kalın kuyruk ve oynaklık kümelenmesi olgularını yakalamaktadır. Bununla birlikte, GARCH modelinde koşulsuz varyans gecikmeli hata terimlerinin işaretlerinden bağımsız olarak sadece büyüklüklerinin bir fonksiyonu olarak tanımlandığından, GARCH süreci varyans yapısındaki asimetriyi yakalamakta başarısız kalmaktadır. Nelson (1991) oynaklık yapısındaki asimetriyi hesaba katacak şekilde, koşullu varyansın, gecikmeli hata terimlerinin hem büyüklükleri hem de işaretleri dikkate alınarak modellendiği Üssel GARCH (EGARCH) modelini geliştirmiştir. EGARCH modelinde koşullu varyans denklemi,

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \left(1 + \sum_{i=1}^p \alpha_i L^i\right) \left(1 - \sum_{j=1}^q \beta_j L^j\right)^{-1} \left\{ \theta_{z,t-1} + \gamma \left[|z_{t-1}| - E|z_{t-1}| \right] \right\} \quad (1.54)$$

şeklinde gösterilmektedir. Bu modelde γ parametresinin istatistiki olarak anlamlı çıkması oynaklık yapısındaki asimetriyi göstermektedir.

1.3.4. TARARCH Modeli

Asimetrik etkileri dikkate alan bir başka modelde, koşullu değişen varyans denlemi,

$$\sigma_t^\gamma = \omega + \sum_{i=1}^p \left[\alpha_i^+ I(\varepsilon_{t-i} > 0) |\varepsilon_{t-i}|^\gamma + \alpha_i^- I(\varepsilon_{t-i} \leq 0) |\varepsilon_{t-i}|^\gamma \right] + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\gamma \quad (1.55)$$

şeklinde kurulmaktadır. Bu formülasyonda $\gamma=1$ alındığında, Zakoian (1994) tarafından ortaya atılan Eşik ARCH (TARCH) modeline ulaşılmaktadır. TARCH modelinde iyi ve kötü haberler koşullu varyans üzerinde farklı etkilere sahiptir.

1.3.5. PARCH Modeli

Oynaklık kümelenmesi olgusunu yakalamak için Taylor (1986) ve Schwert (1989) koşullu standart sapmayı, hata terimlerinin gecikmeli mutlak değerlerinin bir dağılımı olarak,

$$\sigma_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i |\varepsilon_{t-i}| + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j} \quad (1.56)$$

şeklinde modellemişlerdir. Bu model ve diğer birtakım benzer modeller Üstel ARCH (PARCH) adı altında Ding ve diğerleri (1993) tarafından,

$$\sigma_t^\gamma = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \delta_i \varepsilon_{t-i})^\gamma + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\gamma \quad (1.57)$$

şeklinde genelleştirilmiştir. PARCH modelinde, standart sapmanın güç parametresi olan γ tahmin edilebilmekte ve tercihe bağlı olarak süreçteki asimetriyi yakalamak adına δ parametresi modele dahil edilmektedir. δ parametresinin istatistiki olarak anlamlı çıkması, süreçteki asimetriye işaret etmektedir.

İKİNCİ BÖLÜM

ÇOK DEĞİŞKENLİ GENELLEŞTİRİLMİŞ OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ

Varlık getirilerinin ikinci sıra momentleri arasındaki zaman bağımlılığını anlamak ve tahmin etmek finansal ekonometrinin temel ilgi alanlarından biri olagelmıştır. Bilindiği üzere, finansal varlık oynaklıkları zaman içinde birlikte hareket etmektedir. Bu bulgudan hareketle geliştirilen çok değişkenli GARCH modelleri kayda değer etkinlik kazanımları sağlamaktadır. Varlık fiyatlama teorilerinin yapısal analizi ve farklı finansal piyasalar arasındaki bağlantılar çok değişkenli GARCH modellerinin bellibaşlı uygulama alanları olmuştur. Çok değişkenli GARCH yaklaşımı çeşitli piyasalar ve varlıklar arasındaki koşullu varyans ve kovaryanslar arasındaki zaman bağımlılığını dikkate aldığından literatüre önemli bir katkı sağlamaktadır.

VEC-GARCH modeli, çok değişkenli GARCH modellerine öncülük etmesine karşın, çok fazla sayıda parametre tahmini gerektirdiğinden uygulanabilirlik açısından sorun taşımaktadır. VEC-GARCH modeline alternatif olarak geliştirilen BEKK-GARCH modeli, koşullu varyans matrisinin pozitif tanımlı olmasının garantilendiği bir yapı sunması itibarıyla önem taşımaktadır.

Köşegen VEC-GARCH ve BEKK-GARCH modelleri daha derli toplu olmalarına karşın, çapraz ilişki dinamikleri açısından son derece kısıtlayıcıdır. Diğer bir çok değişkenli GARCH modelleri kümesi olan Faktör GARCH modelleri ise koşullu varyans ve kovaryansların kendi gecikmeli değerlerine bağlı olmalarına izin vermektedir.

Koşullu varyans ve korelasyonları kullanarak koşullu kovaryansların doğrudan modellenmesi görece olarak yeni bir yaklaşım olarak literatürdeki

yerini almış bulunmaktadır. Koşullu korelasyon modelleri parametrelerin tahmininde ve yorumlanmasında çok daha kullanışlı bir alternatif olarak ön plana çıkmışlardır. Dinamik Koşullu Korelasyon GARCH (DCC-GARCH) modeli koşullu korelasyonların zaman içinde değişmesine zemin sağladığı için Sabit Koşullu Korelasyon GARCH (CCC-GARCH) modeline göre daha gerçekçidir.

Çok değişkenli GARCH modellerinin temel mantığını çözümlemek amacıyla $\{y_t\}$ serisinin $N \times 1$ boyutlu bir vektör stokastik süreci olduğu varsayılmıştır. θ sonlu sayıda parametreleri ve $\mu_t(\theta)$ koşullu ortalama vektörünü göstermek üzere,

$$y_t = \mu_t(\theta) + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_t = H_t^{1/2}(\theta)z_t \quad (2.2)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada, $H_t^{1/2}$ matrisi $N \times N$ boyutlu pozitif tanımlı bir matris iken, $N \times 1$ boyutlu rassal z_t vektörü, I_N N boyutlu birim matrisi temsil etmek üzere,

$$E(z_t) = 0 \quad (2.3)$$

$$Var(z_t) = I_N \quad (2.4)$$

momentlerine sahip bulunmaktadır.

$$Var\langle y_t | I_{t-1} \rangle = Var_{t-1}(y_t) = Var_{t-1}(\varepsilon_t) = H_t^{1/2} Var_{t-1}(z_t) (H_t^{1/2})' = H_t \quad (2.5)$$

olduğundan, H_t matrisi y_t 'nin $N \times N$ boyutlu koşullu varyans matrisini göstermektedir. $H_t^{1/2}$ matrisi, H_t matrisinin Cholesky faktörizasyonuna tabi tutulması neticesinde elde edilmektedir. Bu çerçevede, çok değişkenli GARCH modelleri H_t matrisinin aldığı farklı tanımlamalara göre, VEC-GARCH modeli, BEKK-GARCH modeli, Matris Üssel GARCH modeli, Faktör GARCH modelleri ve Koşullu Korelasyon GARCH modelleri olmak üzere beş ana başlık altında incelenecektir.

2.1. VEC-GARCH Modeli

Koşullu varyans matrisinin genel bir formülasyonu VEC-GARCH modeli adı altında Bollerslev ve diğerleri (1988) tarafından önerilmiştir. Bu modelde, koşullu varyans ve kovaryansların tamamı, koşullu varyans ve kovaryanslar ile hata karelerinin gecikmeli değerleri ve hataların çarpımlarının doğrusal bir fonksiyonu olarak ifade edilmektedir.

VEC-GARCH modelinde koşullu varyans, A_j ve B_j $(N \times (N+1)/2) \times (N \times (N+1)/2)$ boyutundaki parametre matrisleri olmak üzere,

$$vech(H_t) = c + \sum_{j=1}^q A_j vech(\varepsilon_{t-j} \varepsilon'_{t-j}) + \sum_{j=1}^p B_j vech(H_{t-j}) \quad (2.6)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada, $vech(\cdot)$ simetrik bir $N \times N$ boyutlu matrisin alt üçgensel bölgede kalan kısmını $(N \times (N+1)/2) \times 1$ boyutlu bir vektöre çeviren matematiksel operatörü temsil etmektedir.

Matris formunda ifade edilecek olursa, dışsal etkiler taşımayan iki değişkenli bir VEC-GARCH(1,1) modeli,

$$h_t = \begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{12,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{12,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

olarak ifade edilmektedir (Engle ve Kroner, 1995).

VEC-GARCH modeli çok esnek olmasına karşın, çok sayıda parametre tahmini yapılmaktadır. Sadece varyans-kovaryans matrisi için $((N \times (N+1)/2)^2 (p+q) + (N \times (N+1)/2))$ tane parametre tahmini gerekmektedir. Bu sebeple, modeldeki değişken sayısına bağlı olarak tahmin edilecek parametre sayısı hızlı bir şekilde artmaktadır.

Bollerslev ve diğerleri (1988) tarafından ortaya konulan Köşegen VEC-GARCH (DVEC-GARCH) modelinde denklem (2.6)'daki A_i ve B_i matrislerinin köşegen matrisler olduğu varsayılmaktadır. Bütün koşullu varyanslar, kendi geçmiş değerlerine ve kendi geçmiş hata terimlerinin karelerine bağlı bulunmaktadır. Benzer şekilde, bütün koşullu kovaryanslar, kendi geçmiş değerlerine ve kendi geçmiş hatalarının çarpımlarına bağlıdır. Bu durumda tahmin edilecek parametre sayısı $((p+q+1)(N \times (N+1)/2))$ önemli oranda azalmakla birlikte, söz konusu model, farklı koşullu varyans ve kovaryanslar arasında herhangi bir etkileşim olmadığı gibi son derece basitleştirici bir varsayım altında kurulmaktadır.

Matris formunda ifade edilecek olursa, dışsal etkiler taşımayan iki değişkenli bir DVEC-GARCH(1,1) modeli,

$$\begin{aligned}
 h_t = \begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{12,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{12,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

olarak ifade edilmektedir (Engle ve Kroner, 1995).

VEC-GARCH modelinin olabilirlik fonksiyonu, z_t hatalarının çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğu varsayımı altında,

$$\sum_{t=1}^T \ell_t(\theta) = c - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln |H_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t' H_t^{-1} \varepsilon_t \tag{2.9}$$

şeklindedir. Burada θ regresyon modelindeki tüm parametre vektörlerini içermektedir ve tekrarlamalı olarak tahmin edilmektedir. Her bir iterasyonda bütün t değerleri için koşullu kovaryans matrisinin tersinin alınması gerekmekte olup, bu durum büyük N değerleri ağır bir işlemsel yük getirmektedir. İkinci bir zorluk ise, kovaryans matrisinin pozitif tanımlılığının sağlanmasıdır.

2.2. BEKK-GARCH Modeli

VEC-GARCH modeli, yapısı itibarıyla kovaryans matrisinin pozitif tanımlılığının sağlandığı bir modele dönüştürülebilmektedir. Bu dönüştürülmüş model, Engle ve Kroner (1995)'da tanımlandığı şekliyle Baba-Engle-Kraft-Kroner (BEKK-GARCH) modeli olarak bilinmektedir.

Bu modelde, koşullu varyans, A_{kj} ve B_{kj} $N \times N$ boyutlu matrisler, C ise $N \times N$ boyutlu bir alt üçgensel matris olmak üzere

$$H_t = CC' + \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^K A'_{kj} \varepsilon_{t-j} \varepsilon'_{t-j} A_{kj} + \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^K B'_{kj} H_{t-j} B_{kj} \quad (2.10)$$

olarak ifade edilmektedir. $CC' > 0$ olduğu için H_0 matrisinin pozitif tanımlı olması koşulu altında H_t matrisi de pozitif tanımlı olacaktır.

Matris formunda ifade edilecek olursa, $N=2$ ve $K=1$ için BEKK-GARCH(1,1) modeli,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{21,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} \\ b_{12} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.11)$$

şeklindedir.

BEKK-GARCH modelinin basitleştirilmiş bir versiyonu A_j ve B_j matrislerinin köşegen olduğunu varsayan Köşegen BEKK-GARCH (DBEKK-GARCH) modelidir. H_t matrisinin pozitif tanımlılığı sağlanmış olsa dahi, BEKK-GARCH modelinin tahmin edilmesi işlemsel bir zorluğa sahip olmaya devam etmektedir. Orijinal BEKK-GARCH modelinde $((p+q)KN^2 + (N \times (N+1)/2))$ tane, Köşegen BEKK-GARCH modelinde ise $((p+q)KN^2 + (N \times (N+1)/2))$ tane tahmin edilecek parametre yer almaktadır. Çok sayıda parametre tahmin etmenin işlemsel zorluğundan dolayı, ampirik uygulamalarda genellikle $p=q=K=1$ alınmaktadır.

2.3. Matris Üssel GARCH Modeli

Kawakatsu (2006) tarafından önerilen Matris Üssel GARCH (ME-GARCH) modelinde, H_t matrisinin pozitif tanımlılığını sağlamak için parametre kısıtlamaları ortadan kaldırılmaktadır. Söz konusu modele tek değişkenli EGARCH modelinin genelleştirilmesi yoluyla ulaşılmaktadır.

ME-GARCH modelinde koşullu varyans, C matrisi $N \times N$ boyutlu simetrik yapılı bir matris, A_i , B_i ve F_i sırasıyla $(N \times (N+1)/2) \times N$, $(N \times (N+1)/2) \times (N \times (N+1)/2)$ ve $(N \times (N+1)/2) \times N$ boyutlu parametre matrisleri olmak üzere,

$$\begin{aligned} \text{vech}(\ln H_t - C) &= \sum_{i=1}^q A_i z_{t-i} + \sum_{i=1}^q F_i (|z_{t-i}| - E|z_{t-i}|) \\ &+ \sum_{i=1}^p B_i \text{vech}(\ln H_{t-i} - C) \end{aligned} \quad (2.12)$$

olarak gösterilmektedir. Herhangi bir S simetrik matrisinin,

$$\exp(S) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{S^i}{i!} \quad (2.13)$$

şeklinde tanımlanan üsseli pozitif tanımlı olduğundan, H_t matrisi de pozitif tanımlı olmakta ve pozitif belirliliği sağlamak için parametreler üzerine kısıt koymaya gereksinin kalmamaktadır. Bununla birlikte, ME-GARCH modeli de çok fazla sayıda parametre içermekte ve daha az sayıda parametre içeren bir modele olan ihtiyaç devam etmektedir.

2.4. Faktör GARCH Modelleri

Faktör GARCH (F-GARCH) modellerinde ε_t , GARCH tipi süreç takip eden belirli sayıdaki faktör tarafından üretilmektedir. İlk F-GARCH modelini Engle ve diğerleri (1990) ortaya atmıştır. Söz konusu modelde H_t matrisi K tane temel faktör tarafından üretilmektedir. F-GARCH modelinde koşullu değişen varyans,

$$H_t = \Omega + \sum_{k=1}^K \omega_k \omega_k' f_{k,t} \quad (2.14)$$

olarak ifade edilmektedir. Bu tanımlamada, Ω $N \times N$ boyutlu yarı-tanımlı bir matrisi, ω_k $k=1, \dots, K$ değerleri için doğrusal olarak birbirinden bağımsız olan faktör ağırlıklarından oluşan $N \times 1$ boyutlu vektörler kümesini, f_k ise temel faktörleri temsil etmektedir. Model, temel faktörlerin birinci sıradan bir GARCH süreci takip ettiğini varsaymaktadır.

$$f_{k,t} = \omega_k + \alpha_k (\gamma_k' \varepsilon_{t-1})^2 + \beta_k f_{k,t-1} \quad (2.15)$$

Burada, ω_k , α_k ve β_k birer skalar iken, γ_k $N \times 1$ boyutlu ağırlık vektörüdür. Faktörlerin birbirleriyle korelasyonları üzerinde herhangi bir kısıtlama bulunmamaktadır. Faktörler birbirleriyle önemli derecede ilişkili iseler, hepsi aynı bilgiyi taşımakta, birbirleriyle ilişkisiz iseler, faktörlerin herbiri verinin farklı bir özelliğini yakalamaktadır. Faktörlerin birbirleriyle önemli derecede ilişkili olduğu durumda, ε_t $N \times N$ boyutlu tersi alınabilir W transformasyon matrisi aracılığıyla birbirleriyle ilişkisiz olan η_t faktörleriyle ilişkilendirilmekte ve η_t faktörlerinin bir GARCH süreci takip ettiği varsayılmaktadır.

$$\varepsilon_t = W \eta_t \quad (2.16)$$

Van der Weide (2002) tarafından ortaya atılan Genelleştirilmiş Ortogonal GARCH (GO-GARCH) modelinde W matrisinin tersi alınabilmekle birlikte ortogonal olması zorunlu değildir. Birbirleriyle ilişkisiz η_t faktörlerinin koşulsuz varyanslarının bire eşit olduğu varsayılmaktadır.

$$E[\eta_t \eta_t'] = I \quad (2.17)$$

Koşullu olarak değişen varyansa sahip olan faktörler GARCH süreci izlemektedirler. η_t faktörlerinin koşullu varyanslarından oluşan $N \times N$ boyutlu koşullu köşegen varyans matrisi,

$$H_t^\eta = (I - A - B) + A \otimes (\eta_{t-1} \eta_{t-1}') + B H_{t-1}^\eta \quad (2.18)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada, A ve B N×N boyutundaki köşegen matrisler iken, \otimes iki matrisin Hadamard çarpımlarını temsil etmektedir.

Vrontos ve diğerleri (2003), faktör modellerinin farklı bir versiyonu olan Kapsamlı Faktör GARCH (FF-GARCH) modelini önermişlerdir. Bu modelde N×N boyutlu W transformasyon matrisinin ana köşegeni birlerden oluşan üçgensel bir matris olduğu varsayılmaktadır. W matrisindeki parametreler direkt olarak koşullu enformasyon kullanılarak tahmin edilmektedir. Modelin işlemsel yükü görece olarak hafif olmakla birlikte, faktörlerle hatalar arasındaki ilişkiler ihmal edildiği için model kısıtlayıcı bir karaktere sahiptir.

Görece olarak yeni bir model olan Genelleştirilmiş Ortogonal Faktör GARCH (GOF-GARCH) modeli Lane ve Saikkonen (2007) tarafından önerilmiştir. Bu modelde, kutupsal ayrıştırmaya tabi tutulan W transformasyon matrisi,

$$W=CV \quad (2.19)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada C matrisi N×N boyutlu simetrik yapıda pozitif tanımlı bir matris iken, V matrisi N×N boyutlu ortogonal bir matristir. Bu modelde, $E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = WW' = CC'$ olduğundan, $C = U\Lambda^{1/2}U'$ spektral ayrıştırmayı kullanarak C matrisi tahmin edilmektedir. U matrisinin kolonları $E[\varepsilon_t \varepsilon_t']$ 'nin birim-vektörleridir ve Λ köşegen matrisi birim-değerleri içermektedir. Bu çerçevede, V matrisinin tahmini koşullu bilginin kullanımını gerektirmektedir.

2.5. Koşullu Korelasyon GARCH Modelleri

Bu bölümdeki çok değişkenli GARCH modelleri, koşullu kovaryans matrisinin koşullu standart sapmalar ve korelasyonlar şeklinde ayrıştırılması temeli üzerine kurulmuştur. Bu tür modellerin en basit versiyonu Bollerslev (1990) tarafından ortaya atılan Sabit Koşullu Korelasyon GARCH (CCC-GARCH) modelidir. Söz konusu modelde koşullu korelasyon matrisinin sabit olduğu varsayılmaktadır. Bu doğrultuda, koşullu kovaryans matrisi $D_t = \text{diag}(h_{1t}^{1/2}, \dots, h_{Nt}^{1/2})$ ve $P = [\rho_{ij}]$, $\rho_{ii} = 1$, $i = 1, \dots, N$ olmak üzere,

$$H_t = D_t P D_t \quad (2.20)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Koşullu kovaryans matrisinin köşegen dışı elemanları ise $i \neq j$ ve $1 \leq i, j \leq N$ olmak üzere,

$$[H_t]_{ij} = h_{it}^{1/2} h_{jt}^{1/2} \rho_{ij} \quad (2.21)$$

olarak ifade edilmektedir. Genellikle bir GARCH(q,p) süreci olarak modellenen koşullu varyans, ω $N \times 1$ boyutlu bir vektör, A_j ve B_j $N \times N$ boyutlu köşegen matrisler ve $\varepsilon_t^{(2)} = \varepsilon_t \otimes \varepsilon_t$ olmak üzere,

$$h_t = \omega + \sum_{j=1}^q A_j \varepsilon_{t-j}^{(2)} + \sum_{j=1}^p B_j h_{t-j} \quad (2.22)$$

şeklinde gösterilmektedir. Bu modelde, koşullu korelasyon matrisi pozitif tanımlı ve A_j ile B_j matrislerinin köşegen elemanları sıfırdan büyük olduğunda, koşullu kovaryans matrisi de pozitif tanımlı olmaktadır.

CCC-GARCH modelinin bir uzantısı olarak Genişletilmiş Sabit Koşullu Korelasyon GARCH (ECCC-GARCH) modeli Jeantheau (1988) tarafından öne sürülmüştür. Bu model gözlemlenen hata kareleri arasındaki otokorelasyonları kapsamlı olarak açıklamaktadır. ECCC-GARCH modelinde, denklem (2.22)'deki A_j ile B_j matrislerinin köşegen olmaları gerekmemektedir. Dolayısıyla, bütün serilerin gecikmeli hata kareleri ve varyansları bütün koşullu varyans deklemlerinde yer almaktadır. Örneğin, birinci sıradan ECCC-GARCH modelinde, i'nci varyans denklemi

$$h_{it} = \omega_i + a_{i1} \varepsilon_{1,t-1}^2 + \dots + a_{iN} \varepsilon_{N,t-1}^2 + b_{i1} h_{1,t-1} + \dots + b_{iN} h_{N,t-1} \quad (2.23)$$

olarak tanımlanmıştır. Denklem (2.20)'deki ayrıştırımdan sonra denklem (2.9)'daki log-olabilirlik fonksiyonu,

$$\sum_{t=1}^T \ell_t(\theta) = c - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \ln |h_{it}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |P| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t' D_t^{-1} P^{-1} D_t^{-1} \varepsilon_t \quad (2.24)$$

şekline dönüşmektedir. Her bir iterasyonda koşullu korelasyon matrisinin sadece bir kez tersinin alındığı (2.24)'den görülmektedir.

CCC-GARCH modeli sabit koşullu korelasyon varsayımı üzerine kurulduğundan gerçekçi bir model olarak değerlendirilmemektedir. Bu çerçevede, söz konusu model koşullu korelasyon matrisinin zamana bağlı olarak farklı değerler alabileceği bir yapıya izin verecek şekilde geliştirilmiştir.

$$H_t = D_t P_t D_t \quad (2.25)$$

Tse ve Tsui (2002), koşullu korelasyon matrisinin GARCH süreci takip ettiği Değişen Korelasyon GARCH (VC-GARCH) modelini önermiştir. Bu modelde, koşullu korelasyon matrisi

$$P_t = (1 - a - b)S + aS_{t-1} + bP_{t-1} \quad (2.26)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada, S köşegen elemanları birlerden oluşan pozitif tanımlı sabit bir matrisi gösterirken, a ve b, $(a+b) \leq 1$ koşulu altında negatif olmayan skalar değerleridir.

P_0 ve S_{t-1} matrisleri pozitif tanımlı olduğunda, koşullu korelasyon matrisi de pozitif tanımlı olmaktadır.

Engle (2002) tarafından ortaya konulan Dinamik Koşullu Korelasyon GARCH (DCC-GARCH) modelinde ise Q_0 pozitif tanımlı bir matris olmak üzere, koşullu korelasyon matrisi,

$$P_t = (I \otimes Q_t)^{-1/2} Q_t (I \otimes Q_t)^{-1/2} \quad (2.27)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada Q_t matrisi, $a > 0$, $b \geq 0$, $(a+b) < 1$ kısıtları altında,

$$Q_t = (1 - a - b)S + aV_{t-1}V'_{t-1} + bQ_{t-1} \quad (2.28)$$

olarak gösterilmektedir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

DÖVİZ KURLARI ÜZERİNE UYGULAMA

Bu bölümde, çeşitli döviz kuru serilerinde gözlenen değişen varyans yapısı tek değişkenli koşullu değişen varyans süreçleri ile modellenerek, ilgili serilerdeki oynaklığın hesaplanması amaçlanmıştır. Bu amaca yönelik olarak, öncelikle, döviz kuru getiri serilerindeki zaman serisi özellikleri incelenerek değişen koşullu varyans modellerinin söz konusu serilere uygulanabilirliği belirlenecektir.

Döviz kurlarının değişen varyans yapısını modelleyen çalışmaların çoğunluğu ABD doları üzerine yoğunlaşmıştır. Bollerslev ve diğerleri (1992) dolar kurunun oynaklık yapısının modellenmesi ve parametre tahmini yapılmasına dair ampirik sonuçları kapsayan önemli bir çalışma ortaya koymuştur. Ballie and Bollerslev (1989) dolar cinsinden altı farklı döviz kurunun oynaklık yapısının modellenmesinde en uygun alternatifin GARCH(1,1) modeli olduğunu göstermişlerdir. Engle ve Ng (1993), döviz kurları üzerinde asimetric etkilerin varlığını iddia etmişler ve ARCH modellerinin farklı yapılarını önermişlerdir. Döviz kuru piyasası için günlük getiri, volatilité ve haberlerin etkisini inceleyen Sanches-Fung (2003) çalışmasında döviz kuru volatilitesi üzerinde pozitif şokların negatif şoklara göre daha yüksek etkide bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır. Mapa (2004), günlük döviz kuru verilerine tüm ARCH sınıfı volatilité modellerini uygulamak yoluyla asimetric modellerin döviz kuru oynaklığını modellemede daha başarılı olduğunu görmüştür.

Türkiye'de döviz kuru oynaklığı ile ilgili olarak yapılan çalışmalar ise genellikle maroekonomik ve finansal değişkenlerle ilişkilendirilmiştir. Aysoy ve diğerleri (1996), 1988:1-1995:12 dönemi için ABD doları ve Alman markı oynaklıklarını GARCH süreciyle modellemişler ve kriz dönemleri dışında döviz kuru oynaklığının düşük seyrettiği sonucuna ulaşmışlardır. Akçay ve

diğerleri (1997), 1987:1-1996:3 dönemini EGARCH süreci ile modellemek yoluyla dolarizasyonun döviz kuru oynaklığını artırdığını göstermişlerdir. Domaç ve Mendoza (2002) Meksika ve Türkiye'de dalgalı kur rejimi dönemlerindeki merkez bankası müdahalelerinin döviz kuru oynaklığı üzerindeki etkilerini EGARCH modeli çerçevesinde incelemişler ve müdahalelerin döviz kuru oynaklığını azalttığı sonucuna varmışlardır. Ayhan (2006), döviz kuru oynaklığının en yüksek olduğu kur rejimini bulmak ve döviz kurlarının finansal zaman serisi özelliklerini belirlemek amacıyla GARCH ve EGARCH modellerini kullanmıştır. Çalışma sonuçları beklenenin aksine çeşitli kur rejimlerinin döviz kuru oynaklığı üzerindeki etkisinin aynı olduğunu göstermiştir. Çaşkurlu ve diğerleri (2008), 2002-2005 dönemindeki TCMB doğrudan döviz müdahalelerinin öngörülen kur oynaklığını azalttığı sonucuna çok değişkenli GARCH yöntemi çerçevesinde ulaşmışlardır. Çağlayan ve Dayıoğlu (2009) ise, aralarında Türkiye'nin de bulunduğu OECD ülkelerinin dolar kuru getirilerini simetrik ve asimetric otoregresif koşullu değişen varyans süreçleriyle modellemişler ve en iyi öngörü performansını veren volatilité modellerini belirlemişlerdir. Çalışma sonuçları, asimetric otoregresif koşullu değişen varyans modellerinin öngörü performanslarının, simetrik koşullu değişen varyans modellerine kıyasla daha iyi olduğuna işaret etmektedir.

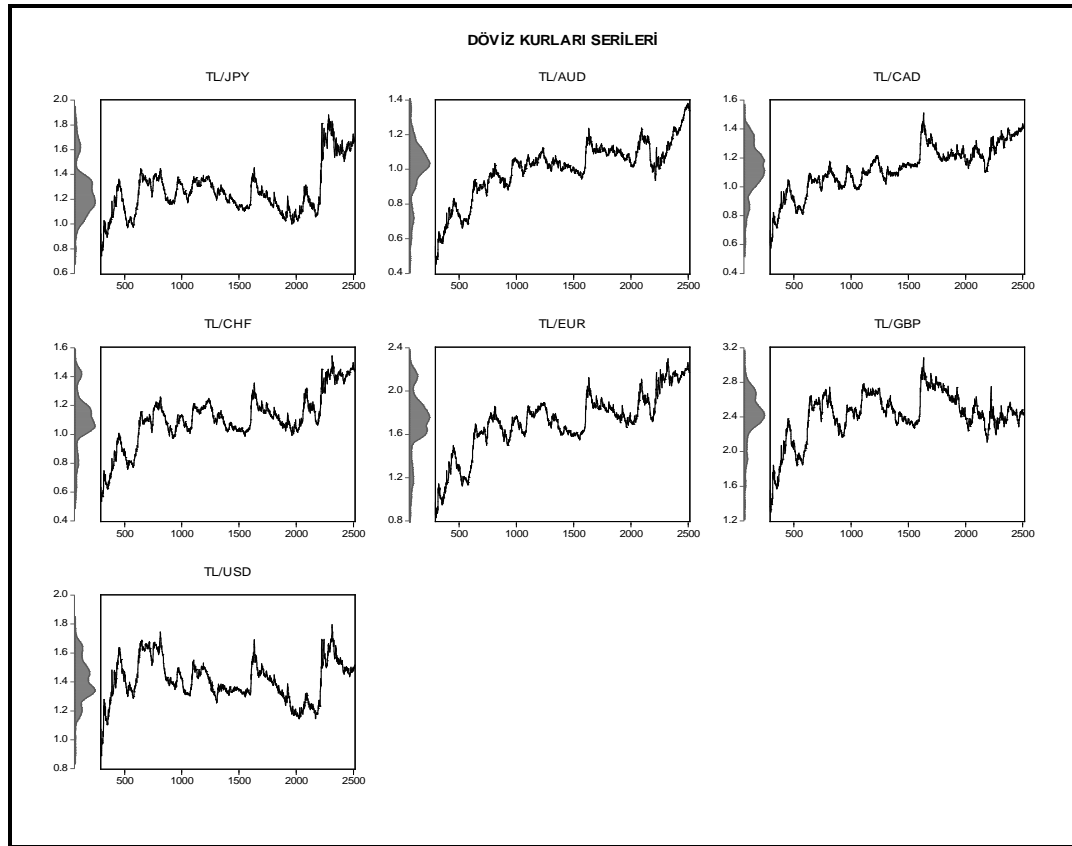
Finansal zaman serilerinin değişen varyans ve aşırı basıklık gibi belli birtakım özelliklerinin veri sıklığı azaldıkça hafiflediği ampirik bir olgu olarak karşımıza çıkmaktadır. Ballie and Bollerslev (1989) veri sıklığı arttıkça, döviz kuru getirilerindeki değişen varyans sorununun güçlendiği sonucuna varmışlardır. Ayrıca, günlük getirilerde görülen yüksek direncin dönemsel toplulaştırma yoluyla azaldığı da bilinmektedir. Bununla birlikte, bu çalışmanın amacı zaman içinde değişen koşullu varyansı modellemek olduğundan günlük veriler kullanılmıştır.

3.1. Veri ve İstatiksel Yapı

Bu kısımda, çeşitli döviz kuru getiri serilerinin istatiksel ve zaman serisi özellikleri etraflıca incelenecektir.

3.1.1. Veri

Çalışmada, TCMB tarafından günlük olarak belirlenen ABD doları (USD), Euro (EUR), Japon yeni (JPY), İngiliz sterlini (GBP), İsviçre frangı (CHF), Kanada doları (CAD) ve Avustralya doları (AUD) para birimlerinin Türk Lirası (TRY) karşılığı gösterge niteliğindeki alış kurları kullanılmıştır. Veri seti dalgalı kur rejimi dönemini içerecek şekilde, 23.02.2001-23.12.2009 tarihleri arasındaki 2221 gözlemden derlenen günlük verilerden oluşmaktadır. İlgili dönemdeki tatil günleri kapsam dışı bırakılarak döviz kuru getiri verileri sürekli seriler haline getirilmiştir. Çalışmada incelenen döviz kuru serileri Grafik 3.1'de sunulmuştur.



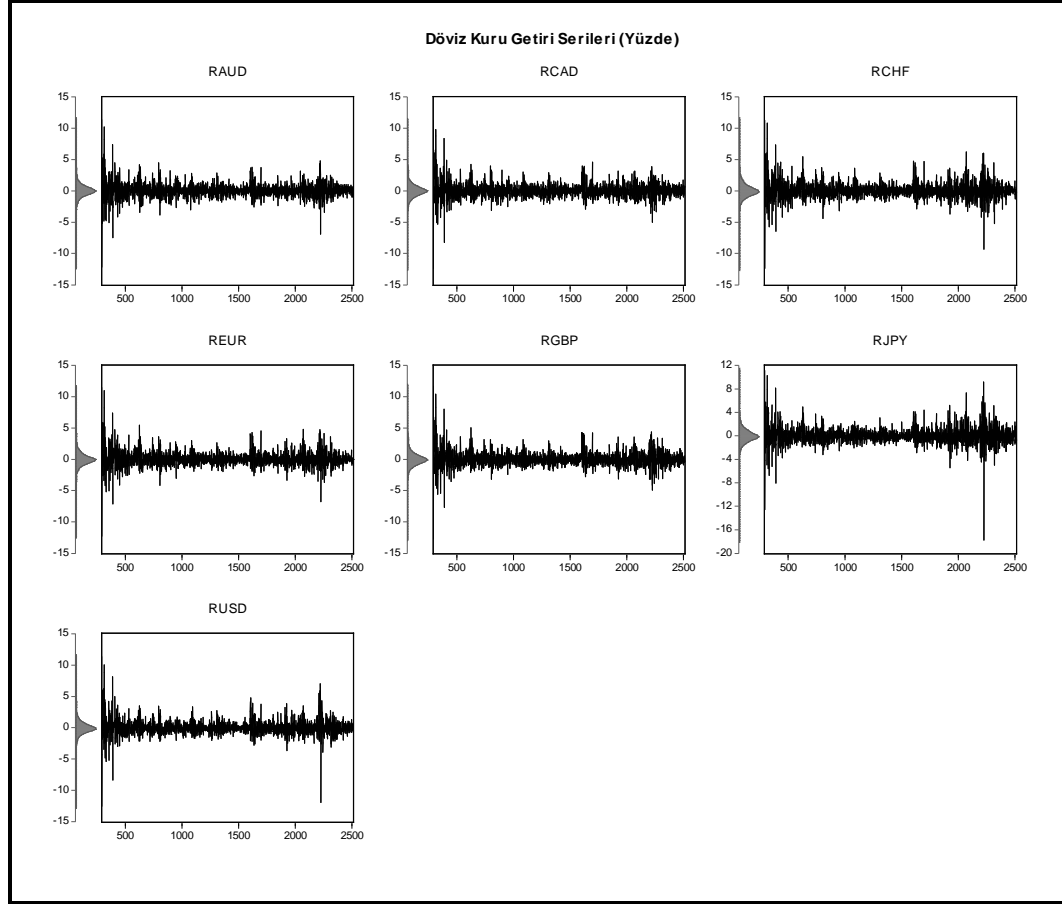
Grafik 3.1 : Döviz Kuru Serileri

Kaynak : TCMB-EVDS

Döviz kuru getiri serilerine ait getiriler, logaritmik birinci farklar alınarak,

$$R_t = \log\left(\frac{ER_t}{ER_{t-1}}\right) \times 100 \quad (3.1)$$

formülü ile hesaplanarak türetilmiştir. Burada, ER_t , t gününde oluşan döviz kuru değerini, R_t ise t günündeki getiriyi göstermektedir. Grafik 3.2'de döviz kuru getiri serileri yer almaktadır.



Grafik 3.2 : Döviz Kuru Getiri Serileri

Kaynak : TCMB-EVDS

3.1.2. Döviz Kuru Getiri Serilerinin Durağanlığı

Döviz kuru getiri serilerinin birim kök içerip içermedikleri ADF testleri kullanılarak sınanmıştır. Gecikmeli fark serisinin açıklayıcı değişken olarak modele alındığı ADF testi aşağıdaki formlarda uygulanabilmektedir:

$$\Delta X_t = \beta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \Pi_p \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \Pi_p \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \Pi_p \Delta X_{t-i} + \delta + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

Hesaplanan τ^1 istatistiği değeri mutlak değer olarak McKinnon ADF kritik τ değerinden büyükse,

H_0 : Seri birim köke sahiptir

şeklindeki boş hipotez red edilerek, serinin birim köke sahip olmadığı yani durağan olduğuna karar verilmektedir.

TABLO 3.1. DÖVİZ KURU GETİRİ SERİLERİNİN DURAĞANLIK TESTİ

	Çoğaltılmış Dickey-Fuller (ADF) Test İstatistiği ¹					
	Dışsal Değişken : Yok		Dışsal Değişken : Sabit		Dışsal Değişken : Sabit ve Doğrusal Trend	
	t-istatistiği	Olasılık	t-istatistiği	Olasılık	t-istatistiği	Olasılık
RAUD	-45.1	0.0	-45.2	0.0	-45.2	0.0
RCAD	-45.2	0.0	-45.3	0.0	-45.3	0.0
RCHF	-42.3	0.0	-42.4	0.0	-42.4	0.0
REUR	-43.8	0.0	-43.9	0.0	-43.9	0.0
RGBP	-44.9	0.0	-44.9	0.0	-44.9	0.0
RJPY	-40.5	0.0	-40.5	0.0	-40.5	0.0
RUSD	-43.8	0.0	-43.8	0.0	-43.8	0.0

(1) Gecikme uzunluğu bütün seriler için Schwarz bilgi kriterine göre 1 olarak seçilmiştir.

Döviz kuru getiri serileri için uygulanan ADF test sonuçları Tablo 3.1'de yer almaktadır. Buna göre, bütün döviz kuru getiri serileri sırasıyla sabit ve trend içermeyen, sadece sabit içeren ve sabit ve trend içeren regresyonlar baz alınarak yapılan ADF testleri çerçevesinde birim kök içermediklerinden durağandır.

¹ ADF regresyonlarında β katsayısı için hesaplanan geleneksel t istatistiği, τ istatistiği olarak adlandırılmaktadır.

3.1.3. Döviz Kuru Getiri Serilerinin Betimleyici İstatistikleri

Döviz kuru getiri serilerine ait betimleyici istatistikler Tablo 3.2'de görülmektedir. Japon yeni dışındaki diğer döviz kuru getiri serilerinin dağılımlarının sağa çarpık olduğu dikkat çekmektedir. Serilerin tamamının normal dağılıma göre aşırı basıklığa sahip olması, finansal zaman serilerinde gözlemlenen ampirik bir bulgu olan kalın kuyruk özelliğinin, çalışmada incelenen döviz kuru getiri serileri için de geçerli olduğunu göstermektedir.

TABLO 3.2. DÖVİZ KURU GETİRİ SERİLERİNİN BETİMLEYİCİ İSTATİSTİKLERİ

	RAUD	RCAD	RCHF	REUR	RGBP	RJPY	RUSD
Ortalama	0.04	0.04	0.04	0.04	0.03	0.03	0.02
Medyan	0.00	0.00	-0.04	-0.04	-0.03	-0.06	-0.07
Maksimum	11.35	11.27	11.31	11.46	11.69	11.12	11.35
Minimum	-12.16	-12.39	-12.35	-12.27	-12.69	-17.75	-12.56
Standart Sapma	1.14	1.14	1.29	1.18	1.17	1.43	1.18
Çarpıklık	0.44	0.66	0.57	0.77	0.72	-0.21	0.40
Basıklık	20.82	21.79	16.21	19.74	21.37	22.55	25.17
Jarque-Bera	29446.5	32825.4	16271.3	26152.9	31414.5	35387.0	45545.0

Döviz kuru getiri serilerinin normal dağılıma sahip olup olmadıkları Jarqua-Bera testi kullanılarak sınanmıştır. Test sonuçlarına göre örnek döneminde serilerin tamamı normal dağılıma sahip değildir. Ayrıca, döviz kuru getiri serilerinin grafikleri incelendiğinde oynaklık kümelenmesi olgusu kolay bir şekilde görülmektedir.

Betimsel istatistikler örnek döneminde incelenmekte olan döviz kuru serilerinin değişen varyans yapısına sahip olabilecekleri yönünde güçlü bir işaret vermektedir.

3.2. Döviz Kuru Getiri Serilerinin Otoregresif Yapısının Belirlenmesi

Çalışmada incelenen döviz kuru getiri serileri çeşitli AR modelleri kullanılarak EKK yöntemiyle tahmin edilmiştir. Bu çerçevede, farklı gecikme uzunlukları içeren AR modelleri denenmiş ve parametre anlamlılığı kriterine göre aşağıdaki döviz kuru getiri modelleri tercih edilmiştir:

$$RAUD_t = \alpha_0 + \beta_1 RAUD_{t-1} + \beta_2 RAUD_{t-2} + \varepsilon_t \quad (3.5)$$

$$RCAD_t = \alpha_0 + \beta_1 RCAD_{t-1} + \beta_2 RCAD_{t-2} + \varepsilon_t \quad (3.6)$$

$$RCHF_t = \alpha_0 + \beta_1 RCHF_{t-1} + \beta_2 RCHF_{t-2} + \varepsilon_t \quad (3.7)$$

$$REUR_t = \alpha_0 + \beta_1 REUR_{t-1} + \beta_2 REUR_{t-2} + \varepsilon_t \quad (3.8)$$

$$RGBP_t = \beta_1 RGBP_{t-1} + \beta_2 RGBP_{t-2} + \varepsilon_t \quad (3.9)$$

$$RJPY_t = \beta_1 RJPY_{t-1} + \beta_2 RJPY_{t-2} + \varepsilon_t \quad (3.10)$$

$$RUSD_t = \beta_1 RUSD_{t-1} + \beta_2 RUSD_{t-2} + \varepsilon_t \quad (3.11)$$

Döviz kuru getiri serileri modellerine ilişkin EKK tahmin sonuçları Tablo 3.3'te verilmiştir. EKK artıklarının otokorelasyon içerip içermedikleri Breusch-Godfrey LM testi ile sınanmış ve artıkların otokorelasyon içermediğini ifade eden boş hipotez bütün döviz kuru getiri serileri için red edilmiştir.

TABLO 3.3. DÖVİZ KURU GETİRİ SERİLERİNİN EKK TAHMİN SONUÇLARI¹

	α_0	β_1	β_2	Düzeltilmiş R^2	Log Olabilirlik	LM Test İstatistiği ²
RAUD	0.049 (2.079)	0.112 (6.330)	-0.189 (-10.648)	0.059	-3376.005	98.314
RCAD	0.041 (1.755)	0.109 (6.241)	-0.181 (-10.342)	0.057	-3372.852	113.741
RCHF	0.046 (1.704)	0.085 (4.618)	-0.145 (-7.887)	0.033	-3671.252	103.941
REUR	0.045 (1.830)	0.106 (5.890)	-0.168 (-9.334)	0.047	-3467.594	105.062
RGBP	-	0.126 (7.112)	-0.185 (-10.476)	0.061	-3429.501	97.826
RJPY	-	0.068 (3.600)	-0.115 (-6.141)	0.020	-3924.101	95.115
RUSD	-	0.119 (6.689)	-0.166 (-9.313)	0.051	-3462.028	105.983

(1) Parantez içimdeki değerler parametrelere ilişkin t istatistik değerleridir.

(2) Otokorelasyon için ikinci-sıra Breusch-Godfrey LM test istatistiğidir.

Çalışmanın bu aşamasında, döviz kuru getiri modellerinin değişen varyans sorunu içerip içermediği White ve ARCH heteroskedastite testleri aracılığıyla sınanmıştır.

Her iki test sonuçları Tablo 3.4'te sunulmuştur. Döviz kuru getiri serilerinin tamamı için artıkların sabit varyanslı olduğunu savunan boş hipotez her iki test tarafından da red edilmiştir. Bu bağlamda, ilgilenilen zaman serisi modellerinin tamamında güçlü bir otokorelasyon ve değişen varyans yapısının bulunması, döviz kuru getiri serilerinin ARCH tipi modellemeye elverişli olduklarına işaret etmektedir.

TABLO 3.4. DÖVİZ KURU GETİRİ SERİLERİNE İLİŞKİN DEĞİŞEN VARYANS TESTLERİ

	White Testi		ARCH-LM Testi ¹	
	F-İstatistiği	Olasılık	F-İstatistiği	Olasılık
RAUD	120.9	0.0	253.6	0.0
RCAD	103.4	0.0	214.7	0.0
RCHF	121.3	0.0	126.3	0.0
REUR	125.6	0.0	186.7	0.0
RGBP	163.6	0.0	213.6	0.0
RJPY	91.5	0.0	70.8	0.0
RUSD	118.0	0.0	138.5	0.0

(1) ARCH testinde gecikme uzunluğu bütün seriler için 2 olarak belirlenmiştir.

3.3. Döviz Kuru Getiri Serilerinin Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Süreçleriyle Modellenmesi

İncelenen döviz kuru getiri modellerinde ARCH etkisinin varlığına ilişkin güçlü işaretler alındıktan sonra bu bölümde, çeşitli tek değişkenli koşullu varyans modelleri denenerek döviz kuru getiri serileri için uygun olan ARCH/GARCH modelleri belirlenmiştir.

Birinci bölümde incelenen ARCH, ARCH-M, GARCH, GARCH-M, EGARCH, EGARCH-M, TARCH, TARCH-M, PARCH ve PARCH-M modelleri döviz kuru getiri serilerini açıklamak üzere çok sayıdaki farklı gecikme uzunlukları denenerek ayrı ayrı tahmin edilmişlerdir. Tahmin sonuçları, parametre anlamlılığı, varyans parametrelerinin negatif olmama koşulu ile toplamlarının birden küçük olma koşulu, artıkların sabit varyansa sahip olma koşulu ve parametre tutumluluğu kriterlerine göre değerlendirilmiştir.

Model tahminleri, 23.02.2001- 23.12.2009 tarihleri arasındaki 2221 veriyi kapsayacak şekilde, EvIEWS-6 paket programı aracılığıyla yapılmıştır. Ayrıca, değişen varyansın modellenmesinde, hataların t-dağılımına sahip

olduğu varsayılmış ve tahmin yöntemi olarak maksimum olabilirlik kullanılmıştır.

Diğer döviz kuru serilerine ilişkin nihai otoregresif koşullu değişen varyans modellerinin tahmin sonuçları Ek-1'de yer almakta olup, izleyen kısımda ABD doları ve Euro kurları için ayrıntılı değerlendirme yapılacaktır. Bu çerçevede, incelenen döviz kuru getirilerinden ABD doları oynaklığının AR(2)-EGARCH(1,1,1), Euro kuru oynaklığının ise AR(2)-TARCH(1,1,1) süreci ile modellendiği görülmüştür.

ABD doları ve Euro kurlarına ilişkin yukarıda bahsedilen modellerin tahmin sonuçlarını deperlendirmeye başlamadan önce ilgili döviz kuru getiri serilerinin GARCH(1,1) süreci ile modellenmesinden elde edilen tahmin sonuçları üzerinde kısaca durulacaktır. Bollerslev ve diğerleri (1992) GARCH(1,1) modelinin finansal varlık getirilerindeki koşullu değişen varyans yapısını büyük oranda açıkladığı sonucuna varmıştır. ABD doları ve Euro döviz kurları getiri serilerine ilişkin GARCH(1,1) modeli tahmin sonuçları sırasıyla Tablo (3.5) ve Tablo (3.6)'da yer almaktadır.

TABLO 3.5. ABD DOLAR KURUNA İLİŞKİN AR(2)-GARCH(1,1) MODELİ TAHMİN SONUÇLARI

Bağımlı Değişken : RUSD				
Tahmin Yöntemi : ML - ARCH (Marquardt) - T Dağılımı				
Ortalama Denklemi: $rusd_t = c + b_1rusd_{t-1} + b_2rusd_{t-2}$				
	Katsayı	Standart Hata	z-İstatistiği	Olasılık
c	-0.0668	0.0144	-4.6241	0,0000
b ₁	0.0459	0.0221	2.0751	0,0380
b ₂	-0.0694	0.0217	-3.1920	0,0014
Varyans Denklemi: $\sigma_t^2 = c + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2$				
c	0.0281	0.0061	4.6219	0,0000
α_1	0.2081	0.0260	8.0137	0,0000
β_1	0.7852	0.0188	41.6749	0,0000
T-Dağılımı Serbestlik Derecesi	5.4397	0.6121	8.8868	0,0000
R ²	0.0278	Durbin-Watson İstatistiği		1.9877
Düzeltilmiş R ²	0.0252	Akaike Bilgi Kriteri		2.5145
Hata Kareleri Toplamı	3009.8550	Schwarz Bilgi Kriteri		2.5324
Log Olabilirlik	-2785.3020	Hannan-Quinn Bilgi Kriteri		2.5210

Döviz kuru getirilerine gelen şokların etkisini α_1 parametresi göstermektedir. Bir dönem önceki oynaklığın cari dönem oynaklığı üzerindeki

etkisi ise β_1 parametresi tarafından temsil edilmektedir. Bu iki parametrenin toplamının her iki döviz kuru için 1'e çok yakın tahmin edilmiş olması, ilgili döviz kurlarının oynaklık yapılarındaki direnci göstermesi açısından önem taşımaktadır. Bu çerçevede, koşullu varyansın sonraki dönem öngörülerinde cari bilgi önemli olmaya devam etmektedir.

TABLO 3.6. EURO KURUNA İLİŞKİN AR(2)-GARCH(1,1) MODELİ TAHMİN SONUÇLARI

Bağımlı Değişken : REUR				
Tahmin Yöntemi : ML - ARCH (Marquardt) - T Dağılımı				
Ortalama Denklemi: $reur_t = c + b_1 reur_{t-1} + b_2 reur_{t-2}$				
	Katsayı	Standart Hata	z-İstatistiği	Olasılık
c	-0.0297	0.0153	-1.9389	0,0525
b_1	0.0304	0.0215	1.4094	0,1587
b_2	-0.0768	0.0219	-3.5067	0,0005
Varyans Denklemi: $\sigma_t^2 = c + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$				
c	0.0293	0.0063	4.6115	0,0000
α_1	0.1661	0.0208	8.0009	0,0000
β_1	0.8171	0.0173	47.1769	0,0000
T-Dağılımı Serbestlik Derecesi	5.6824	0.6952	8.1734	0,0000
R^2	0.0274	Durbin-Watson İstatistiği		1.9905
Düzeltilmiş R^2	0.0247	Akaike Bilgi Kriteri		2.6150
Hata Kareleri Toplamı	3017.2240	Schwarz Bilgi Kriteri		2.6330
Log Olabilirlik	-2897.0050	Hannan-Quinn Bilgi Kriteri		2.6216

GARCH-M modeli tahmin sonuçları her iki döviz kuru için ortalama etkisinin geçerli olmadığını göstermiştir. Bilindiği üzere, finans teorisi beklenen getiri ile risk arasında pozitif bir ilişki olduğu temeline dayanmaktadır. GARCH-M modellerinde koşullu standart sapma ya da varyans ortalama denklemine açıklayıcı bir değişken olarak dahil edilmektedir. Standart sapmanın finansal varlık getirisi üzerindeki etkisi zamanla değişen risk primi olarak değerlendirilmektedir.

GARCH(1,1) modeli koşulsuz varyansı gecikmeli hata terimlerinin işaretlerinden bağımsız olarak sadece büyüklüklerinin bir fonksiyonu olarak tanımlandığından, oynaklık yapısındaki asimetriyi yakalamakta başarısız kalmaktadır. Bu çerçevede, oynaklık yapısındaki asimetriyi hesaba katan EGARCH, TARARCH ve PARARCH modelleri ABD doları ve Euro döviz kurları getirilerine uygulanmıştır.

ABD doları kuruna ilişkin AR(2)-EGARCH(1,1,1) modeli parametre tahmini sonuçları Tablo 3.7’de sunulmuştur. Varyans denklemi tahmin sonuçları incelendiğinde, asimetri etkisini gösteren γ_1 katsayısının pozitif ve yüksek derecede anlamlı olduğu görülmektedir. Bu durum pozitif şokların negatif şoklara kıyasla ABD doları kuru oynaklığını daha fazla artırdığını göstermektedir. Pozitif şok ilgili döviz kurunun değerinin artması, diğer bir ifadeyle Türk Lirasının değer kaybetmesi olarak tanımlanmıştır.

TABLO 3.7. ABD DOLAR KURUNA İLİŞKİN AR(2)-EGARCH(1,1,1) MODELİ TAHMİN SONUÇLARI

Bağımlı Değişken : RUSD				
Tahmin Yöntemi : ML - ARCH (Marquardt) - T Dağılımı				
Ortalama Denklemi: $rusd_t = c + b_1rusd_{t-1} + b_2rusd_{t-2}$				
	Katsayı	Standart Hata	z-İstatistiği	Olasılık
c	-0,0472	0,0144	-3,2834	0,0010
b ₁	0,0580	0,0218	2,6651	0,0077
b ₂	-0,0640	0,0213	-3,0073	0,0026
Varyans Denklemi: $\log(\sigma_t^2) = c + \alpha_1 \left \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right + \gamma_1 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \beta_1 \log(\sigma_{t-1}^2)$				
c	-0,2737	0,0257	-10,6578	0,0000
α_1	0,3365	0,0358	9,4126	0,0000
γ_1	0,1076	0,0218	4,9275	0,0000
β_1	0,9433	0,0087	108,8861	0,0000
T-Dağılımı Serbestlik Derecesi	5,4743	0,5823	9,4014	0,0000
R ²	0,0306	Durbin-Watson İstatistiği		2,0170
Düzeltilmiş R ²	0,0275	Akaike Bilgi Kriteri		2,5023
Hata Kareleri Toplamı	3001,2630	Schwarz Bilgi Kriteri		2,5228
Log Olabilirlik	-2770,7580	Hannan-Quinn Bilgi Kriteri		2,5098

Euro kuruna ilişkin AR(2)-TARCH(1,1,1) modeli parametre tahmini sonuçları Tablo 3.8’de sunulmuştur. Varyans denklemi tahmin sonuçları incelendiğinde, asimetri etkisini gösteren γ_1 katsayısının negatif ve yüksek derecede anlamlı olduğu görülmektedir. Bu durum ABD doları kurunda olduğu gibi Euro kuru oynaklığını pozitif şokların negatif şoklara kıyasla daha fazla artırdığına işaret etmektedir.

RUSD ve REUR serilerinin sırasıyla AR(2)-EGARCH(1,1,1) ve AR(2)-TARCH(1,1,1) modelleri ile tahmininden elde edilen artık değerlerin ARCH etkisi taşıyıp taşımadıklarını sınamak amacıyla ARCH-LM testi uygulanmıştır. Ayrıca, hata terimleri ve hata terimlerinin karelerinin

otokorelasyon içerip içermediklerini görmek için çeşitli gecikme uzunlukları için hesaplanan Ljung-Box Q istatistikleri kullanılmıştır.

TABLO 3.8. EURO KURUNA İLİŞKİN AR(2)-TARCH(1,1,1) MODELİ TAHMİN SONUÇLARI

Bağımlı Değişken : REUR				
Tahmin Yöntemi : ML - ARCH (Marquardt) - T Dağılımı				
Ortalama Denklemi: $reur_t = b_1 reur_{t-1} + b_2 reur_{t-2}$				
	Katsayı	Standart Hata	z-İstatistiği	Olasılık
b_1	0.0424	0.0215	1.9693	0.0489
b_2	-0.0646	0.0220	-2.9325	0.0034
Varyans Denklemi: $\sigma_t^2 = c + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 (\varepsilon_{t-1} < 0) + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$				
c	0.0339	0.0065	5.2494	0.0000
α_1	0.2190	0.0271	8.0905	0.0000
γ_1	-0.1295	0.0312	-4.1544	0.0000
β_1	0.8147	0.0172	47.3195	0.0000
T-Dağılımı Serbestlik Derecesi	6.2118	0.7983	7.7814	0.0000
R^2	0.0289	Durbin-Watson İstatistiği		2.0216
Düzeltilmiş R^2	0.0263	Akaike Bilgi Kriteri		2.6084
Hata Kareleri Toplamı	3012.3650	Schwarz Bilgi Kriteri		2.6264
Log Olabilirlik	-2889.6730	Hannan-Quinn Bilgi Kriteri		2.6150

TABLO 3.9. HATA TERİMLERİNE İLİŞKİN OTOKORELASYON VE DEĞİŞEN VARYANS TESTLERİ

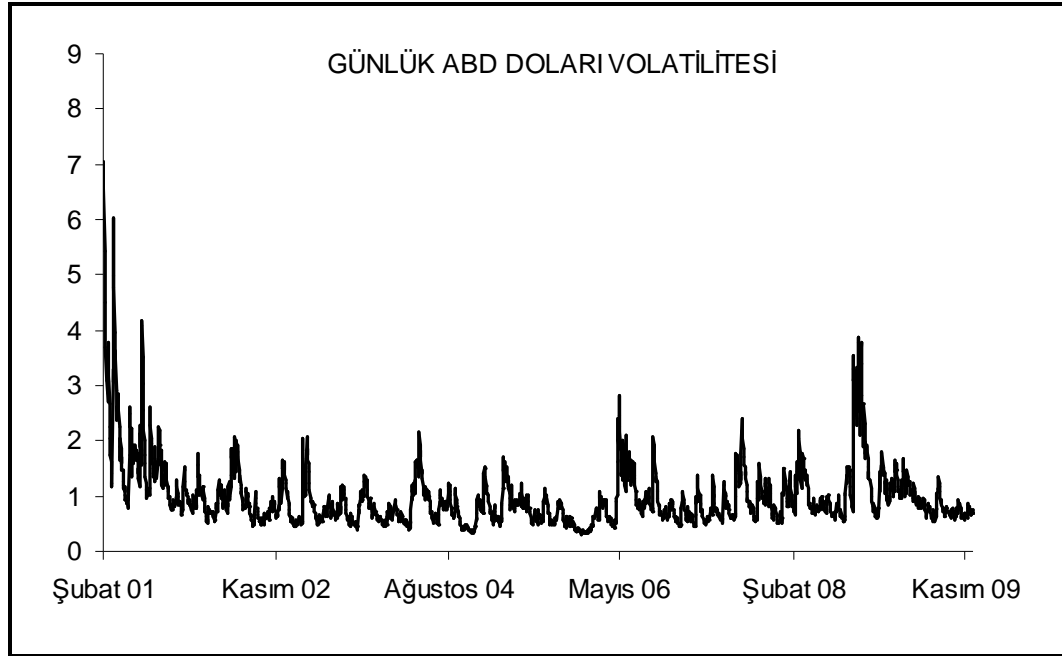
Gecikme	ABD DOLARI (AR(2)-EGARCH(1,1,1))			EURO (AR(2)-TARCH(1,1,1))		
	Q-İstatistiği	Q2-İstatistiği	ARCH-LM	Q-İstatistiği	Q2-İstatistiği	ARCH-LM
1	1.051	0.000	0.000	0.192	0.610	0.608
	(0.305)	(0.989)	(0.989)	(0.661)	(0.435)	(0.436)
2	2.172	0.037	0.019	0.462	0.791	0.398
	(0.338)	(0.982)	(0.982)	(0.794)	(0.673)	(0.672)
3	2.516	0.121	0.040	1.684	0.853	0.289
	(0.472)	(0.989)	(0.990)	(0.640)	(0.837)	(0.834)
4	2.517	1.899	0.472	1.691	0.880	0.222
	(0.642)	(0.754)	(0.756)	(0.792)	(0.927)	(0.9269)
5	2.686	1.902	0.377	1.999	1.131	0.225
	(0.748)	(0.863)	(0.865)	(0.849)	(0.951)	(0.952)
10	7.380	3.763	0.376	10.339	7.170	0.692
	(0.689)	(0.957)	(0.957)	(0.411)	(0.709)	(0.733)

Not: P değerleri parantez içinde verilmiştir.

Söz konusu test sonuçları ve istatistik değerleri Tablo 3.9'da sunulmuştur. Buna göre, ABD doları ve Euro kuru getiri serilerinin sırasıyla AR(2)-EGARCH(1,1,1) ve AR(2)-TARCH(1,1,1) modelleri ile tahmininden elde edilen standartlaştırılmış artıklar ve artıkların kareleri otokorelasyon

içermemektedir. Ayrıca, ARCH-LM testi sonuçları artıklardaki değişen varyansın büyük ölçüde yok olduğunu göstermektedir.

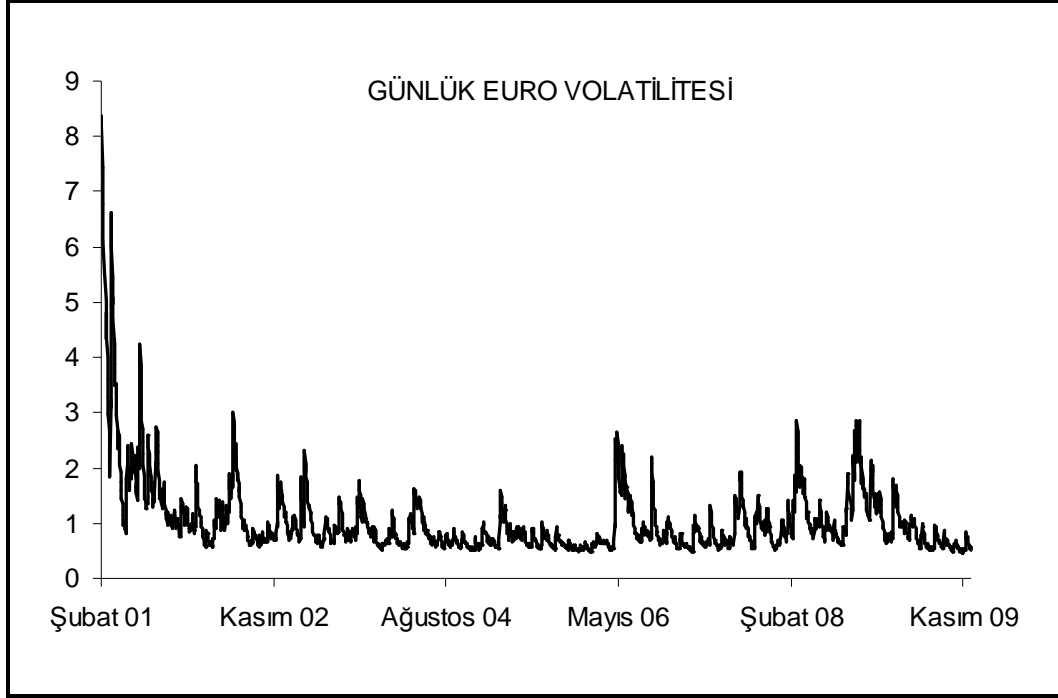
ABD doları kurunun AR(2)-EGARCH(1,1,1) modeliyle, Euro kurunun ise AR(2)-TARCH(1,1,1) modeliye tahmininden elde edilen günlük volatilitelerin örnek dönemi içindeki gelişimleri sırasıyla Grafik 3.3 ve Grafik 3.4'te sunulmuştur. Çalışmada incelenen diğer döviz kurlarına ilişkin günlük volatiliteleri gösteren grafikler ise Ek 2'de yer almaktadır.



Grafik 3.3 : AR(2)-EGARCH(1,1,1) Modelinden Elde Edilen Günlük ABD Doları Kuru Volatilitesi

Grafik 3.3 ve Grafik 3.4 incelendiğinde, 2000 yılında uygulanmaya konulan yönlendirilmiş sabit parite (crawling peg) kur rejiminin 2001 yılı Şubat ayında terk edilmesinden sonra gelen dalgalı kur rejiminin ilk döneminde döviz kurları volatilitelerinin çok yüksek olduğu görülmektedir. Bilindiği üzere, ekonomik istikrarsızlık ile iç ve dış piyasalarda belirsizlik yaşandığı dönemlerde piyasa volatilitesi artma eğilimi içine girmektedir. Dalgalı kur rejiminin ilk dönemini içeren 2001 yılından sonra ABD doları ve Euro kuru volatilitelerinde 2003 yılının Mart ayında, 2006 yılının Mayıs ayında ve 2008 yılının Mart ile Ekim aylarında belirgin bir yükselme gözlenmiştir.

2003 yılının Mart ayında yabancı ülke askerlerinin Türkiye'de konuşlandırılması ve sınır ötesine Türk askeri gönderilmesine ilişkin Yetki Tezkeresi Türkiye Büyük Millet Meclisi'nde kabul edilmemiştir. Bu kararın, mali yardım paketi beklentilerini zayıflatması nedeniyle, döviz kurları ve faiz oranlarında belirgin bir dalgalanma yaşanmıştır.



Grafik 3.4 : AR(2)-TARCH(1,1,1) Modelinden Elde Edilen Günlük Euro Kuru Volatilitesi

2006 yılının Mayıs ayı küresel likidite koşullarındaki bozulmayla birlikte risk algılamalarının artmasına paralel olarak özellikle gelişmekte olan ülkelere sermaye çıkışlarının yaşandığı bir ay olarak dikkat çekmektedir.

2008 yılının Mart ayında, 2007 yılının ikinci yarısında beliren kredi krizi, ABD'nin makroekonomik durumuna ilişkin açıklanan olumsuz verilere koşut olarak derinleşmiş ve ABD'de beklenen resesyonun şiddetine dair endişeler artmıştır. Bunun sonucu olarak, uluslararası piyasalarda risk iştahında yaşanan gerilemeler gelişmekte olan ülke mali piyasalarındaki oynaklıkların yükselmesine yol açmıştır.

2008 yılının Ekim ayında ise, ABD'deki bazı büyük finans kuruluşlarının Eylül ayından itibaren iflas etmeye başlamalarıyla derinleşen

küresel finans krizinin sonucu olarak mali piyasalardaki oynaklık önemli derecede artmıştır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER

Geleneksel ekonometride, zaman serisi çalışmalarında otokorelasyon sorununun, yatay-kesit çalışmalarında ise değişen varyans sorununun baş göstermesi beklenir. Bununla birlikte, finansal zaman serilerinde otokorelasyon sorununun yanısıra değişen varyans sorunu da sık karşılaşılan bir durum olarak göze çarpmaktadır. Bu bağlamda, finansal zaman serilerinde görülen değişen varyanslılık olgusunu temel alan otoregresif koşullu değişen varyans modelleri geliştirilmiştir. ARCH sınıfı modeller özellikle yüksek frekanslı zaman serisi verilerine gösterdiği uyumla dikkat çekmektedir.

Dört bölümden oluşan tezin ilk iki bölümünde sırasıyla tek değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans modelleri ve çok değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans modelleri incelenmiştir. Tek değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans modelleri belirli bir finansal varlık getirisi oynaklığının otonom olarak açıklanmasına katkıda bulunurken, çok değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans modelleri çeşitli finansal piyasalar ve varlıklar arasındaki zaman bağımlılığını hesaba katarak, çözümlmeyi bir adım ileriye taşımışlardır.

Tezin üçüncü bölümünde çeşitli döviz kuru getiri serileri tek değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans süreçleriyle modellenerek, ilgili değişkenlerin koşullu değişen varyans yapıları incelenmiştir. İncelenen döviz kuru getiri serilerinin tamamında finansal varlık getirilerinde gözlemlenen ve değişen varyanslılığın ön işaretleri olarak değerlendirilen oynaklık kümelenmesi ve aşırı basıklık olgularına rastlanmıştır. Sonraki aşamada döviz kuru serilerinin otoregresif yapıları EKK tahmin yöntemiyle belirlenerek, artıklardaki değişen varyanslılık White ve ARCH-LM değişen varyans testleriyle sınanmıştır. Değişen varyans test sonuçları, döviz kuru getiri

serilerinin EKK tahmininden elde edilen artıkların önemli derecede ARCH etkisine maruz kaldıklarını göstermiştir. Bu doğrultuda, döviz kurları getiri serileri tek değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans süreçleriyle modellenerek tahmin edilmiştir. Tahmin sonuçları değerlendirilen ABD doları getirisinin AR(2)-EGARCH(1,1,1), Euro getirisinin ise AR(2)-TARCH(1,1,1) süreçleriyle modellendikleri görülmüştür. Söz konusu modellerden elde edilen standartlaştırılmış artıklar ve artıkların karelerinde otokorelasyon sorunu görülmemiştir. Ayrıca, standartlaştırılmış artıklarda ARCH etkisi ortadan kalkmıştır.

Tek değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans modelleri tahmin sonuçları, döviz kurları getiri serileri için ortalama etkisinin geçerli olmadığını göstermiştir. Döviz kurları getirileri ile varyansları arasında anlamlı bir ilişki bulunamamıştır. Bu durum, Türk döviz piyasasındaki dinamiklerin riskten bağımsız olarak işlediğini göstermektedir. Diğer yandan, ABD doları ve Euro döviz kuru getiri serilerinin oynaklık yapılarının literatürdeki birçok çalışmanın gösterdiği gibi önemli derecede asimetric olduğu sonucuna varılmıştır. Döviz kuru getiri serilerinin koşullu varyansları negatif ve pozitif şoklara farklı tepki vermektedirler. Pozitif şoklar negatif şoklara göre koşullu varyanslar üzerinde daha fazla etkiye sahiptir.

Son olarak, ABD doları kurunun AR(2)-EGARCH(1,1,1) modeliyle, Euro kurunun ise AR(2)-TARCH(1,1,1) modeliye tahmininden elde edilen günlük volatilitelerin ekonomik istikrarsızlık ile iç ve dış piyasalarda belirsizlik yaşandığı dönemlerde önemli derecede yükseldiği görülmüştür.

KAYNAKÇA

- Akçay, O. C., Alper, C. A. ve Karasulu, M. (1997). Currency Substitution and Exchange Rate Instability: The Turkish Case. *European Economic Review*, 41, 827-835.
- Ayhan, D. (2006). Döviz Kuru Rejimlerinin Kur Oynaklığı Üzerine Etkisi: Türkiye Örneği. *İktisat İşletme ve Finans*, Ağustos, 64-76.
- Aysoy, C., Balaban, E., Koğar, Ç. İ. ve Özcan, C. (1996). Daily Volatility in the Turkish Foreign Exchange Market. TCMB Tartışma Tebliğleri No: 9625.
- Baille, R. T. ve Bollerslev, T. (1989). The Message in Daily Exchange Rates: A Conditional-Variance Tale. *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, 297-305.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Bollerslev, T., Engle, R. F. ve Wooldridge, J. M. (1988). A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances. *The Journal of Political Economy*, 96, 116-131.
- Bollerslev, T. (1990). Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model. *Review of Economics and Statistics*, 72, 498-505.
- Bollerslev, T., Chou, R. Y. ve Kroner, K. F. (1992). ARCH Modelling in Finance. *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.
- Çağlayan, E. ve Dayıoğlu, T. (2009). Döviz Kuru Getiri Volatilitésinin Koşullu Değişen Varyans Modelleri ile Öngörüsü. *Ekonometri ve İstatistik*. Sayı:9, 1-16.
- Çaşkurlu, T., Pınar, M.Ç., Salih, A. ve Salman, F. (2008). Can Central Bank Interventions Affect the Exchange Rate Volatility? Multivariate GARCH Approach Using Constrained Nonlinear Programming. TCMB Tartışma Tebliğleri No: 0806.
- Ding, Z., Granger, C. W. J. ve Engle, R. F. (1993). A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model. *Journal of Empirical Finance*, 1, 83-106.

- Domaç, İ. ve Mendoza, A. (2002). Is There Room for Forex Interventions Under Inflation Targeting Framework? Evidence from Mexico and Turkey. TCMB Tartışma Tebliği No: 0206.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation. *Econometrica*, 50, 987-1008.
- Engle, R. F. ve Bollerslev, T. (1986). Modeling the Persistence of Conditional Variances. *Econometric Reviews*, 5, 1-50.
- Engle, R. F., Lilien, D. M. ve Robins, R. P. (1987). Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model. *Econometrica*, 55, 391-407.
- Engle, R. F., Ng, V. K. ve Rothschild, M. (1990). Asset Pricing with a Factor ARCH Covariance Structure: Empirical Estimates for Treasury Bills. *Journal of Econometrics*, 45, 213-238.
- Engle, R. F., Ng, V. K. ve Rothschild, M. (1993). Measuring and Testing the Impact of News on Volatility, *The Journal of Finance*, 48, 1749-1778.
- Engle, R. F. ve Kroner, K. F. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11, 122-150.
- Engle, R. F. (2002). Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 339-350.
- Jeantheau, T. (1998). Strong Consistency of Estimators for Multivariate ARCH Models. *Econometric Theory*, 14, 70-86.
- Kwak, H. (2006). Matrix Exponential GARCH. *Journal of Econometrics*, 134, 95-128.
- Klien, B. (1977). The demand for quality-adjusted cash balances: Price Uncertainty in the U.S. Demand for Money Function. *Journal of Political Economy*, 85, 692-715.
- Lanne, M. ve Saikkonen, P. (2007). A Multivariate Generalized Orthogonal Factor GARCH Model. *Journal of Business and Economic Statistics*, 25, 61-75.
- Mandelbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *Journal of Business*, 36, 394-419.
- Mapa, D. (2004). A Forecast Comparison of Financial Volatility Models: GARCH(1,1) is not Enough. *The Philippine Statistician*, 53, 1-10.

- Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, 59, 347–370.
- Sanchez-Fung, J.R. (2003). Nonlinear Modelling of Daily Exchange Rate Returns, Volatility and News in a Small Developing Economy. *Applied Economic Letters*, 10, 247-250.
- Schwert, W. (1989). Stock Volatility and Crash of '87. *Review of Financial Studies*, 3, 77–102.
- Taylor, S. (1986). Modeling Financial Time Series. New York, USA: John Wiley & Sons Ltd.
- Tsay, R. S. (1986). Analysis of Financial Time Series. New York, USA: John Wiley & Sons Ltd.
- Tse, Y. K. ve Tsui, A. K. C. (2002). A Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model with Time-Varying Correlations. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 351-362.
- van der Weide, R. (2002). GO-GARCH: A Multivariate Generalized Orthogonal GARCH Model. *Journal of Applied Econometrics*, 17, 49-564.
- Vrontos, I. D., Dellaportas, P. ve Politis, D. N. (2003). A Full-Factor Multivariate GARCH Model. *Econometrics Journal*, 6, 312-334.
- Zakoian, J. M. (1994). Threshold Heteroskedastic Models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, 931-944.

EKLER

**DÖVİZ KURU GETİRİ SERİLERİNE İLİŞKİN OTOREGRESİF KOŞULLU
DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ TAHMİN SONUÇLARI**

**TABLO 1A. AVUSTRALYA DOLARINA İLİŞKİN AR(2)-TARCH(2,2,2) MODELİ TAHMİN
SONUÇLARI**

Bağımlı Değişken : RAUD				
Tahmin Yöntemi : ML - ARCH (Marquardt) - T Dağılımı				
Ortalama Denklemi: $raud_t = b_1raud_{t-1} + b_2raud_{t-2}$				
	Katsayı	Standart Hata	z-İstatistiği	Olasılık
b ₁	0.0516	0.0218	2.3674	0.0179
b ₂	-0.0707	0.0219	-3.2276	0.0012
Varyans Denklemi: $\sigma_t^2 = c + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1\varepsilon_{t-1}^2 (\varepsilon_{t-1} < 0) + \beta_1\sigma_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_2\varepsilon_{t-2}^2 (\varepsilon_{t-2} < 0) + \beta_2\sigma_{t-2}^2$				
c	0.0006	0.0004	1.6056	0.1084
α_1	0.1944	0.0302	6.4464	0.0000
α_2	-0.1323	0.0319	-4.1485	0.0000
γ_1	-0.1903	0.0290	-6.5704	0.0000
γ_2	0.1322	0.0313	4.2207	0.0000
β_1	1.7731	0.0366	48.4660	0.0000
β_2	-0.7777	0.0350	-22.2348	0.0000
T-Dağılımı Serbestlik Derecesi	6.2439	0.8226	7.5908	0.0000
R ²	0.0363	Durbin-Watson İstatistiği		2.0359
Düzeltilmiş R ²	0.0324	Akaike Bilgi Kriteri		2.5651
Hata Kareleri Toplamı	2787.1420	Schwarz Bilgi Kriteri		2.5908
Log Olabilirlik	-2838.5230	Hannan-Quinn Bilgi Kriteri		2.5745

**TABLO 2A. KANADA DOLARINA İLİŞKİN AR(2)-TARCH(1,1,2) MODELİ TAHMİN
SONUÇLARI**

Bağımlı Değişken : RCAD				
Tahmin Yöntemi : ML - ARCH (Marquardt) - T Dağılımı				
Ortalama Denklemi: $rcad_t = b_2rcad_{t-2}$				
	Katsayı	Standart Hata	z-İstatistiği	Olasılık
b ₂	-0.0625	0.0206	-3.0279	0.0025
Varyans Denklemi: $\sigma_t^2 = c + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1\varepsilon_{t-1}^2 (\varepsilon_{t-1} < 0) + \beta_1\sigma_{t-1}^2 + \beta_2\sigma_{t-2}^2$				
c	0.0730	0.0130	5.6105	0.0000
α_1	0.2726	0.0416	6.5522	0.0000
γ_1	-0.1750	0.0453	-3.8621	0.0001
β_1	0.2234	0.0963	2.3203	0.0203
β_2	0.5091	0.0851	5.9809	0.0000
T-Dağılımı Serbestlik Derecesi	6.0155	0.7774	7.7382	0.0000
R ²	0.0232	Durbin-Watson İstatistiği		1.9454
Düzeltilmiş R ²	0.0205	Akaike Bilgi Kriteri		2.5917
Hata Kareleri Toplamı	2810.0590	Schwarz Bilgi Kriteri		2.6097
Log Olabilirlik	-2871.0970	Hannan-Quinn Bilgi Kriteri		2.5983

TABLO 3A. İSVİÇRE FRANKINA İLİŞKİN AR(2)-TARCH(2,2,2) MODELİ TAHMİN SONUÇLARI

Bağımlı Değişken : RCHF				
Tahmin Yöntemi : ML - ARCH (Marquardt) - T Dağılımı				
Ortalama Denklemi: $rchf_t = b_1rchf_{t-1} + b_2rchf_{t-2}$				
	Katsayı	Standart Hata	z-İstatistiği	Olasılık
b ₁	0.0439	0.0217	2.0171	0.0437
b ₂	-0.0582	0.0222	-2.6281	0.0086
Varyans Denklemi: $\sigma_t^2 = c + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 (\varepsilon_{t-1} < 0) + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}^2 (\varepsilon_{t-2} < 0) + \beta_2 \sigma_{t-2}^2$				
c	0.0010	0.0006	1.7118	0.0869
α_1	0.2495	0.0351	7.1144	0.0000
α_2	-0.2171	0.0397	-5.4675	0.0000
γ_1	-0.2410	0.0327	-7.3630	0.0000
γ_2	0.2121	0.0380	5.5817	0.0000
β_1	1.7242	0.0395	43.6964	0.0000
β_2	-0.7313	0.0373	-19.6299	0.0000
T-Dağılımı Serbestlik Derecesi	7.5944	1.1395	6.6649	0.0000
R ²	0.0217	Durbin-Watson İstatistiği		2.0504
Düzeltilmiş R ²	0.0177	Akaike Bilgi Kriteri		2.8097
Hata Kareleri Toplamı	3592.2490	Schwarz Bilgi Kriteri		2.8354
Log Olabilirlik	-3110.1600	Hannan-Quinn Bilgi Kriteri		2.8191

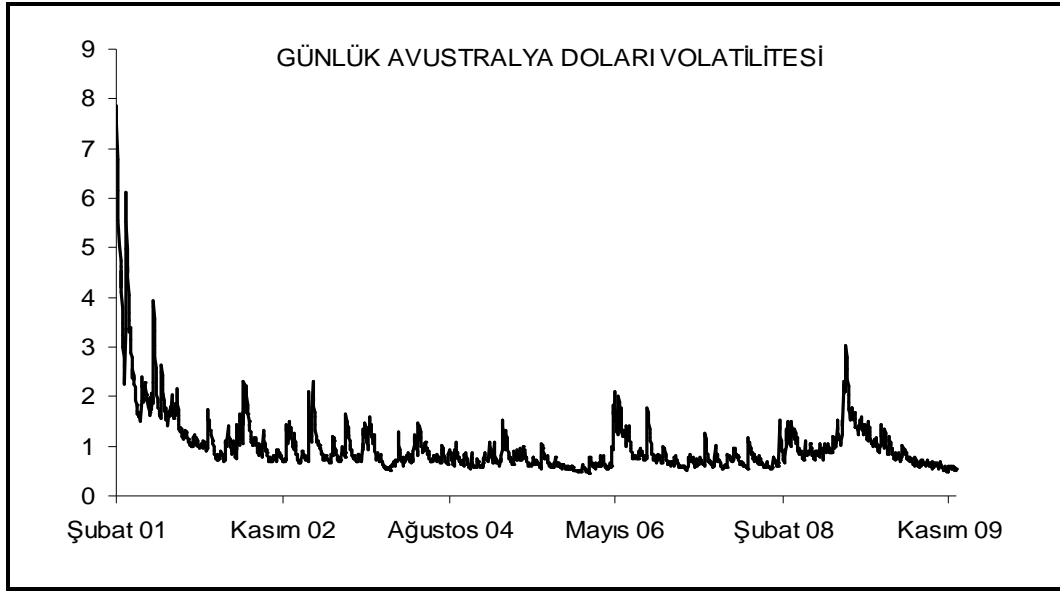
TABLO 4A. İNGİLİZ STERLİNİNE İLİŞKİN AR(2)-EGARCH(2,2,2) MODELİ TAHMİN SONUÇLARI

Bağımlı Değişken : RGBP				
Tahmin Yöntemi : ML - ARCH (Marquardt) - T Dağılımı				
Ortalama Denklemi: $rgbp_t = b_1rgbp_{t-1} + b_2rgbp_{t-2}$				
	Katsayı	Standart Hata	z-İstatistiği	Olasılık
b ₁	0.0718	0.0217	3.3143	0.0009
b ₂	-0.0582	0.0220	-2.6460	0.0081
Varyans Denklemi: $\log(\sigma_t^2) = c + \alpha_1 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \alpha_2 \frac{\varepsilon_{t-2}}{\sigma_{t-2}} + \gamma_1 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \gamma_2 \frac{\varepsilon_{t-2}}{\sigma_{t-2}} + \beta_1 \log(\sigma_{t-1}^2) + \beta_2 \log(\sigma_{t-2}^2)$				
c	-0.0261	0.0114	-2.2773	0.0228
α_1	0.2632	0.0410	6.4192	0.0000
α_2	-0.2309	0.0402	-5.7459	0.0000
γ_1	0.1438	0.0280	5.1288	0.0000
γ_2	-0.1361	0.0264	-5.1566	0.0000
β_1	1.7609	0.0787	22.3667	0.0000
β_2	-0.7651	0.0770	-9.9337	0.0000
T-Dağılımı Serbestlik Derecesi	8.1981	1.3632	6.0137	0.0000
R ²	0.0372	Durbin-Watson İstatistiği		2.0452
Düzeltilmiş R ²	0.0333	Akaike Bilgi Kriteri		2.6161
Hata Kareleri Toplamı	2926.0210	Schwarz Bilgi Kriteri		2.6417
Log Olabilirlik	-2895.1250	Hannan-Quinn Bilgi Kriteri		2.6254

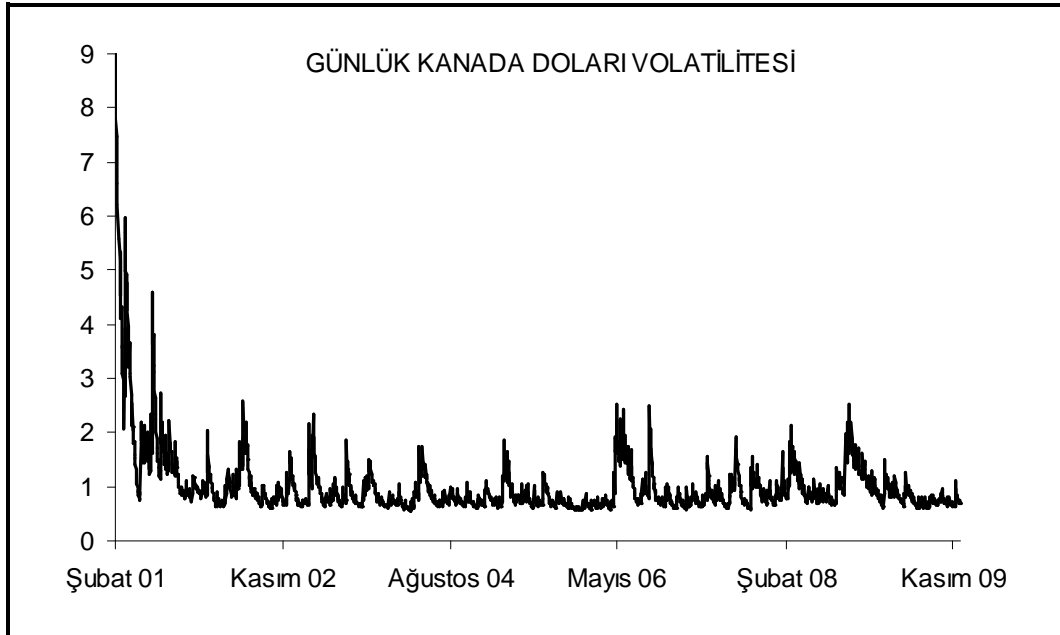
TABLO 5A. JAPON YENİNE İLİŞKİN AR(2)-PARCH(2,2,2) MODELİ TAHMİN SONUÇLARI

Bağımlı Değişken : RJPY				
Tahmin Yöntemi : ML - ARCH (Marquardt) - T Dağılımı				
Ortalama Denklemi: $rjpy_t = c + b_1 rjpy_{t-1} + b_2 rjpy_{t-2}$				
	Katsayı	Standart Hata	z-İstatistiği	Olasılık
c	-0.0368	0.0190	-1.9350	0.0530
b ₁	0.0664	0.0218	3.0434	0.0023
b ₂	-0.0722	0.0218	-3.3095	0.0009
Varyans Denklemi: $\sigma_t^\gamma = c + (\alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \delta_1 \varepsilon_{t-1})^\gamma + (\alpha_2 \varepsilon_{t-2} + \delta_2 \varepsilon_{t-2})^\gamma + \beta_1 \sigma_{t-1}^\gamma + \beta_2 \sigma_{t-2}^\gamma$				
c	0.0023	0.0010	2.3516	0.0187
α_1	0.1316	0.0301	4.3652	0.0000
δ_1	-0.6910	0.1903	-3.6321	0.0003
α_2	-0.1204	0.0312	-3.8581	0.0001
δ_2	-0.7367	0.2314	-3.1842	0.0015
β_1	1.6993	0.0556	30.5572	0.0000
β_2	-0.7099	0.0521	-13.6259	0.0000
γ	1.4134	0.2264	6.2429	0.0000
T-Dağılımı Serbestlik Derecesi	6.6643	0.9198	7.2455	0.0000
R ²	0.0168	Durbin-Watson İstatistiği		2.1105
Düzeltilmiş R ²	0.0119	Akaike Bilgi Kriteri		2.9465
Hata Kareleri Toplamı	4472.4270	Schwarz Bilgi Kriteri		2.9773
Log Olabilirlik	-3260.0910	Hannan-Quinn Bilgi Kriteri		2.9578

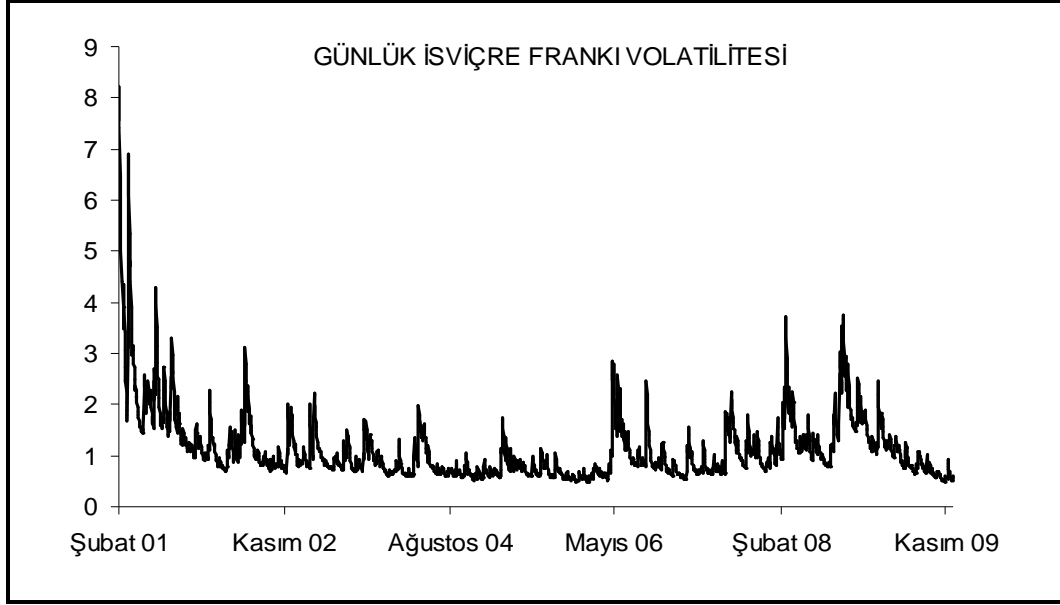
GÜNLÜK DÖVİZ KURU VOLATİLİTELERİ



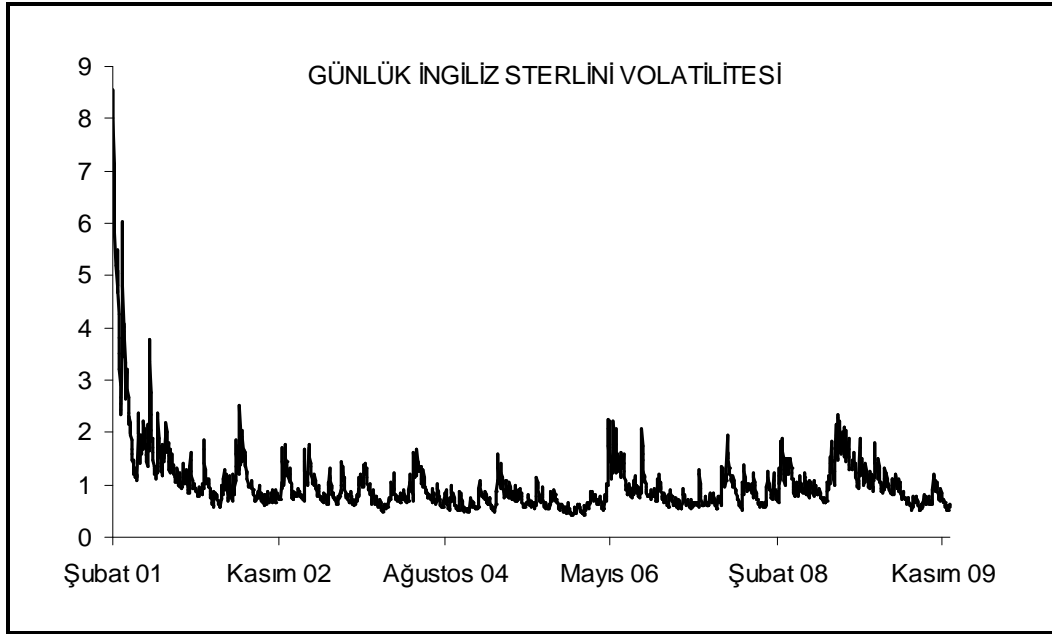
Grafik 1.B : AR(2)-TARCH(2,2,2) Modelinden Elde Edilen Günlük Avustralya Doları Kuru Volatilitesi



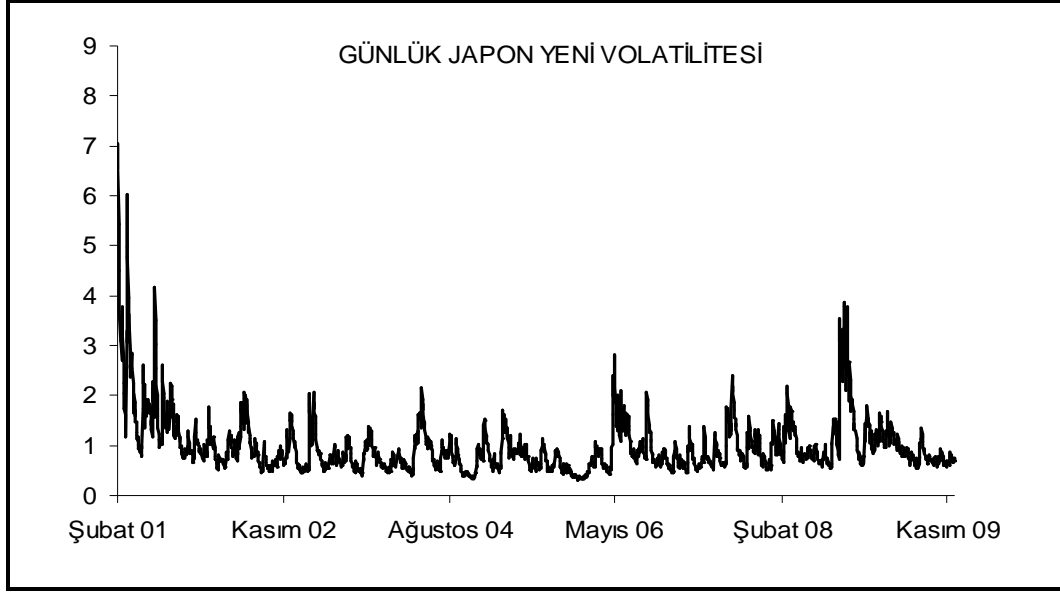
Grafik 2.B : AR(2)-TARCH(1,1,2) Modelinden Elde Edilen Günlük Kanada Doları Kuru Volatilitesi



Grafik 3.B : AR(2)-TARCH(2,2,2) Modelinden Elde Edilen Günlük İsviçre Frankı Kuru Volatilitesi



Grafik 4.B : AR(2)-EGARCH(2,2,2) Modelinden Elde Edilen Günlük İngiliz Sterlini Kuru Volatilitesi



Grafik 5.B : AR(2)-PARCH(2,2,2) Modelinden Elde Edilen Günlük Japon Yeni Kuru Volatilitesi